



# Études de systèmes confinés, de la nanophotonique aux univers branaires

Michael Sarrazin

## ► To cite this version:

Michael Sarrazin. Études de systèmes confinés, de la nanophotonique aux univers branaires. Physique [physics]. Université de Franche-Comté, 2016. tel-01302699

**HAL Id: tel-01302699**

**<https://theses.hal.science/tel-01302699>**

Submitted on 14 Apr 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ

École doctorale Carnot-Pasteur

Synthèse des activités de recherche et d'encadrement  
pour obtenir le diplôme d'

## Habilitation à Diriger des Recherches

Spécialité : **Physique**

et intitulée

### Études de systèmes confinés, de la nanophotonique aux univers branaires

par

**Michaël SARRAZIN**

Soutenue le 30 mars 2016,  
devant le jury composé de :

|                         |   |                   |
|-------------------------|---|-------------------|
| <b>Sylvain PICAUD</b>   | Université de Franche-Comté               | Président du jury |
| <b>Philippe BRAX</b>    | Institut de Physique Théorique CEA-Saclay | Rapporteur        |
| <b>Brahim GUIZAL</b>    | Université de Montpellier II              | Rapporteur        |
| <b>Patrick PETER</b>    | Institut d'Astrophysique de Paris         | Rapporteur        |
| <b>Fadi BAÏDA</b>       | Université de Franche-Comté               | Examineur         |
| <b>Philippe LAMBIN</b>  | Université de Namur                       | Examineur         |
| <b>Guillaume PIGNOL</b> | Université Grenoble-Alpes                 | Examineur         |



# Remerciements

Ce mémoire d'Habilitation à Diriger des Recherches marque une étape dans ma carrière de chercheur mais aussi d'enseignant. Si certaines phases du travail de recherche demeurent intrapersonnelles, il est néanmoins impossible de progresser sans la synergie de moyens et/ou de compétences résultant des collaborations et interactions avec les pairs. Les avancées significatives ne sauraient s'en passer.

De même, dans le métier d'enseignant, l'acte de transmission des savoirs n'aurait pas de sens sans interactions avec les élèves et étudiants.

Enfin, un scientifique n'est pas un pur esprit rationnel détaché de toutes considérations philosophiques, émotionnelles ou matérielles. Nous sommes aussi le fruit de nos rencontres, de nos amitiés, de notre vie affective et familiale.

Je tiens tout d'abord à remercier Philippe Brax, Patrick Peter et Brahim Guizal d'avoir accepté d'être rapporteurs sur ce travail, ainsi que Sylvain Picaud, Fadi Baïda, Philippe Lambin et Guillaume Pignol d'avoir été examinateurs au sein de mon jury.

Pour m'avoir accueilli et encouragé lors de la préparation de mon mémoire d'habilitation, je remercie Sylvain Picaud et Pierre Joubert, et à travers eux, l'institut UTINAM. Merci également à Louis Jeanjean et à l'école doctorale Carnot-Pasteur. Merci à Martine Gautheron, Carole Héritier et Martine Pidancier pour leur aide logistique au cours de la préparation de cette habilitation.

Je n'aurais jamais pu poursuivre ma carrière scientifique sans un homme providentiel. En 1999, j'ai eu la chance de rencontrer Jean-Pol Vigneron, professeur à l'Université de Namur. Il était alors chercheur invité à l'Université de Franche-Comté au début de ma thèse. Pendant toutes ces années, Jean-Pol m'a donné sa confiance et m'a donné la possibilité de pouvoir poursuivre ma carrière en tant que chercheur à l'Université de Namur.

Je me dois aussi de remercier Philippe Lambin, Olivier Deparis, Luc Henrard, et Guy Terwagne, professeurs à l'Université de Namur, qui m'ont également témoigné leur confiance à la suite de Jean-Pol. En dépit d'un statut de chercheur non permanent, je leur dois d'être considéré comme un académique au sein de l'Université de Namur. Ainsi j'ai pu développer librement mes propres thématiques de recherches, mais aussi encadrer des mémoires de master ou de thèse.

---

Merci aussi à eux pour leur amitié et nos échanges scientifiques.

Je remercie tout particulièrement Fabrice Petit, mon compagnon de route dans la construction de l'édifice théorique dédié à l'étude phénoménologique des mondes branaires. Nos résultats sont le fruit d'une longue maturation et d'une émulation réciproque issues de nos passionnantes réflexions et discussions.

Merci à Guillaume Pignol, Jacob Lamblin et Valery Nesvizhevsky pour le temps et la confiance accordés à la conception d'expériences permettant de faire de mon travail sur les mondes branaires de la science testable. J'apprécie grandement notre collaboration et nos discussions, fructueuses et enrichissantes, tout comme notre amitié. Je tiens aussi à remercier Guy Terwagne, actuel directeur du département de physique, et responsable du Laboratoire d'Analyses par Réactions Nucléaires de l'Université de Namur, pour son soutien et sa participation à cette aventure visant à la conception d'expériences attachées à mes travaux.

Merci à Nicolas Reckinger, Jean-François Colomer et Alexandru Vlad pour leur amitié, nos nombreuses discussions, et le temps passé à faire en sorte que mes travaux théoriques en électrodynamique des surfaces prennent forme expérimentalement.

Merci à Isabelle Derycke, gardienne de mes budgets, à Karin Derochette pour son soutien logistique et à Frédéric Wautelet le dompteur du cluster Hercules de la Plateforme Technologique de Calcul Intensif. Merci pour votre gentillesse, votre disponibilité et votre amitié.

Je tiens à remercier mes jeunes collègues : Annick Bay, Louis Dellieu, Aline Herman, Michaël Lobet et Coraline Stasser, que j'ai eu l'honneur d'encadrer pendant leur thèse ou leur mémoire de master. Je les remercie pour leur confiance, leur persévérance, leur rigueur scientifique, et leur amitié.

Au-delà des aspects liés à la recherche, je souhaite remercier les membres du conseil du département de physique de l'Université de Namur pour m'avoir fait confiance en me confiant le cours de physique quantique de 2<sup>ème</sup> et 3<sup>ème</sup> années. Je remercie aussi mes étudiants de 2<sup>ème</sup> et 3<sup>ème</sup> années universitaires pour leur enthousiasme motivant tout au long de ces dernières années.

Merci à tous les autres collègues du Centre de Recherches en Physique de la Matière et du Rayonnement : Pierre, Céline, Eloise, Francesca, Yves, Dan, Mirko, Paul-Louis, Alexandre, Jérôme, Alexandre, Xavier, Sophie, Laurent, Frédéric, Mathieu, Yan, Fernande, Jean-Jacques, Jacques, Evelyne, Isabelle, pour tous les moments passés ensemble à la cafétéria au temps de midi ou lors des soupers de Noël et de département.

Merci à mes parents et à ma soeur Audrey, merci à ma belle-famille et à Maxime pour leur présence, leur soutien et leur patience.

---

Enfin, je tiens tout particulièrement à remercier ma femme, Carole, qui m'a toujours soutenu et encouragé dans mes travaux depuis ma thèse et jusqu'à aujourd'hui, et sans qui cette habilitation n'aurait pas vu le jour. Je te dis merci pour tout, tellement la liste de tout ce que je te dois est longue. Je dédie ce travail à nos enfants, Simon et Lucie, pour la force qu'ils nous donnent chaque jour. Peu importe vos choix futurs, n'oubliez jamais que sans persévérance et détermination nous n'allons jamais bien loin dans nos rêves.

Namur, le 13 avril 2016.



# Table des matières

|     |   |    |
|-----|---|----|
| I   | Introduction  | 9  |
| II  | Electrodynamique dans les systèmes à basse dimensionnalité                  | 15 |
| 1   | Modes de surface et réseaux optiques bidimensionnels : Les tamis à photons  | 19 |
| 2   | Electrodynamique de surface dans les systèmes biologiques et bio-inspirés   | 27 |
| 3   | Optimisation de films minces pour le photovoltaïque et le solaire thermique | 31 |
| 4   | Effet Casimir et forces de van der Waals dans les métamatériaux             | 35 |
| 5   | Conclusions et perspectives   | 41 |
| 6   | Publications choisies   | 43 |
| III | Electrodynamique dans les modèles de mondes branaires                       | 69 |
| 7   | A l'origine de la thématique  | 73 |
| 8   | Vers une phénoménologie des branes à très basse énergie                     | 75 |
| 9   | Une approche indépendante du modèle   | 79 |
| 10  | Interprétation et phénoménologie  | 85 |
| 11  | Conséquences expérimentales   | 89 |
| 12  | Conclusions et perspectives   | 95 |
| 13  | Publications choisies   | 97 |



|           |                            |            |
|-----------|----------------------------|------------|
| <b>IV</b> | <b>Conclusion générale</b> | <b>147</b> |
| <b>V</b>  | <b>Bibliographie</b>       | <b>151</b> |

## Première partie

### Introduction



---

*Il n'est pas de vent favorable pour celui qui ne sait pas où il va.*  
Sénèque.

Ce mémoire constitue un bilan de mes recherches entre 2002 et 2015, *i.e.* de la fin de ma thèse jusqu'à aujourd'hui. Bien que des problématiques scientifiques très différentes soient abordées, elles couvrent toutes une idée commune : l'étude des propriétés électrodynamiques d'états ou systèmes confinés. Au gré des rencontres et des collaborations, mes travaux se sont enrichis de diverses ramifications autour de cette idée maîtresse. D'un point de vue méthodologique l'ensemble de mes activités de recherche porte à l'origine sur les problématiques liées à l'électrodynamique. Ces travaux, d'ordre théorique, ont un caractère largement phénoménologique. Il s'agit de traiter théoriquement des problèmes particulièrement complexes pour en dégager des propriétés générales indépendantes du modèle et dotées d'un fort caractère prédictif au niveau expérimental. Dans ce contexte, mes recherches se déclinent en plusieurs axes relativement différenciés, certains étant plus anecdotiques que d'autres, sans présager cependant d'une moindre importance. Ainsi, par exemple, l'utilisation récurrente du graphène dans divers travaux doit être vu comme le choix d'un matériau prétexte (lié au fait qu'il est synthétisé à l'Université de Namur) et non comme le résultat d'une thématique en soi. On verra qu'au moment de la rédaction de ce mémoire, mes recherches tendent à s'orienter sur deux thèmes bien distincts : les interactions de van der Waals dans les métamatériaux et la phénoménologie des neutrons dans les modèles d'univers branaires.

Sur la période mentionnée précédemment, les axes couverts par mon travail sont les suivants :

**- Modes de surface et cristaux photoniques : Les tamis à photons**

Lors de ma thèse de doctorat (de 1998 à 2002) [Sarrazin 2002], j'ai effectué mes premières armes en nanosciences où je me suis intéressé aux interactions entre les plasmons de surface (il s'agit des modes de vibration du gaz d'électrons qui constitue en partie un métal) et les ondes électromagnétiques dans le domaine optique. Ces travaux s'inscrivent dans une thématique d'actualité : la plasmonique. Cette discipline étudie des composants à l'échelle du nanomètre à la frontière de l'électronique et de la photonique. Dans ce contexte, j'ai porté mon attention sur les expériences réalisées par Thomas W. Ebbesen [Ebbesen *et al* 1998] de l'Université Louis Pasteur à Strasbourg. Il s'agit d'expériences dans lesquelles on observe la transmission de la lumière à travers un film métallique très mince et déposé sur un substrat de verre. La particularité de ce film est d'être percé d'un réseau de trous dont les dimensions sont inférieures à la longueur d'onde de la lumière incidente. Les applications potentielles sont nombreuses : capteurs chimiques et biochimiques, stockage optique massif d'informations, télécommunications optiques, etc. Mes recherches sur ce sujet se sont activement poursuivies au cours de mon post-doctorat jusqu'en 2005. Plus récemment, depuis 2011, dans le cadre de collaborations, j'ai supervisé certains travaux s'appuyant sur les méthodes et les résultats que j'avais obtenus dans le cadre des tamis à photons. Ces travaux ont fourni des résultats concernant les propriétés du graphène sur substrat métallique, ainsi qu'une nouvelle technique de photolithographie.

---

### **- Electrodynamique de surface dans les systèmes biologiques et bio-inspirés**

En 2004, au cours de mon post-doctorat, je me suis également intéressé à un autre thème rencontré dans les nanosciences : la biophotonique. Ce thème de recherche a été introduit au Laboratoire de Physique du Solide de Namur par le Pr Jean-Pol Vigneron. Par ailleurs, certaines problématiques liées à ce sujet concernaient des effets de surface que j'avais déjà rencontrés dans l'étude des réseaux bidimensionnels optiques. En étudiant certains êtres vivants (plantes, insectes), on montre l'existence de films minces, éventuellement nano- ou micro-structurés, dotés de propriétés optiques parfois remarquables. L'étude théorique de ces dispositifs optiques naturels permet de comprendre leur rôle. Par exemple, l'edelweiss présente des nanostructurations de surface qui lui permettent de se protéger des rayons ultraviolets en haute altitude, là où il pousse. Au-delà de l'intérêt que de telles recherches peuvent présenter pour les biologistes, on espère que la compréhension de ces dispositifs optiques naturels servira de source d'inspiration pour développer de nouveaux composants ou revêtements optiques au niveau industriel. Dans ce contexte, j'ai participé à l'encadrement de deux thèses au département de physique de l'Université de Namur. L'une concerne le travail d'Annick Bay sur l'optimisation des diodes électroluminescentes par bioinspiration à partir des lucioles, l'autre concerne le travail de Louis Dellieu (à la suite de son mémoire de master que j'ai encadré) et vise à modéliser les interactions de van der Waals dans certains systèmes biologiques et bio-inspirés en vue d'applications pour des revêtements autonettoyants. Ce dernier sujet est pour moi l'occasion de réorienter mes thématiques vers l'étude des interactions de surface dans la mesure où je suis à l'origine du sujet de Louis Dellieu en collaboration avec le Pr Olivier Deparis.

### **- Optimisation de films minces pour le photovoltaïque et le solaire thermique**

Depuis début 2012, j'ai été amené à collaborer avec Olivier Deparis à l'Université de Namur sur la thématique de l'optimisation des systèmes photovoltaïques. En effet, au cours de mes recherches sur les tamis à photons et en biophotonique, j'ai été confronté plusieurs fois à la problématique de la modélisation et de la détermination des effets du désordre dans des structures initialement ordonnées, et/ou des effets (et de leur modélisation) de l'incohérence de la lumière. Il se trouve justement que la question de la cohérence de la lumière solaire est cruciale en photovoltaïque dans la mesure où elle va conditionner l'optimisation des cellules solaires. Une onde électromagnétique de fréquence définie, mais incohérente, est caractérisée par une phase stochastique. Le temps de cohérence est la durée pendant laquelle l'onde possède une phase pouvant être considérée comme non aléatoire. Depuis longtemps, on sait que la cohérence de la lumière solaire doit affecter les cellules solaires. La manière dont elle doit le faire, et la méthode pour modéliser ces effets demeurent un problème complexe que j'ai largement contribué à résoudre. Dans ce cadre, j'ai participé à l'encadrement de thèse d'Aline Herman.

Toujours dans le contexte lié à l'énergie solaire, il existe actuellement un intérêt pour les métamatériaux capables de capter l'énergie lumineuse sur une gamme de longueurs d'onde maximisée par rapport à l'ensemble du spectre solaire. Dans cette voie, les matériaux utilisant des métaux de manière à profiter des effets de résonance plasmonique constituent une approche

---

d'actualité. En lien avec mon expérience de la plasmonique dans les tamis à photons, j'ai donc également contribué à encadrer la thèse de Michaël Lobet portant sur l'étude des métamatériaux métalliques potentiellement à destination du solaire.

#### **- Effet Casimir et forces de van der Waals dans les métamatériaux**

Depuis 2014, motivé par certaines problématiques liées aux interactions de van der Waals sur des surfaces corruguées (notamment bio-inspirées) et sur lesquelles je travaillais, j'ai souhaité réorienter mes recherches en électrodynamique sur l'étude de l'effet Casimir. En effet, ce dernier permet de décrire les interactions de van der Waals retardées à l'échelle mésoscopique. Dans ce contexte, les interactions entre deux systèmes ou structures, résultent de l'échange de photons virtuels entre ces structures. Il est alors possible de traiter ce problème d'électrodynamique quantique *via* des algorithmes de calcul permettant de propager classiquement le champ électromagnétique. C'est dans ce contexte que j'ai proposé le sujet de thèse de Louis Dellieu, qui, bien que fondamentalement consacré à un problème spécifique (lié à la bio-inspiration), nous a permis de développer un code de calcul des forces de van der Waals retardées pour des problématiques très générales, notamment dans le contexte des métamatériaux. On rappelle que le terme de "métamatériau" désigne un matériau structuré artificiel qui présente des propriétés électromagnétiques (par exemple) n'existant pas dans la nature. Cette thématique en plein démarrage est donc appelée à constituer mon premier thème central de recherche dans les prochaines années.

#### **- Phénoménologie des branes à très basse énergie**

En parallèle de ces approches axées sur la physique du solide, je me suis également investi dans l'étude de quelques aspects de la physique au-delà du Modèle Standard. Les branes sont des objets étudiés dans le contexte de certaines théories prospectant au-delà du Modèle Standard de la physique des particules et impliquant en particulier l'existence de dimensions supplémentaires. Dans les approches de "murs de domaine" (concept rencontré également en physique du solide), les particules usuelles apparaissent alors comme des excitations piégées sur ces murs qui correspondent alors aux branes. Notre Univers visible serait une brane (*i.e.* un monde branaire). Mon objectif est d'étudier les conséquences de tels modèles à de très basses énergies, dès lors que l'on considère la dynamique des fermions en présence de champs électromagnétiques (ou d'autres champs de jauge). Il s'agit donc de mettre en évidence à une basse échelle d'énergie des phénomènes nouveaux liés à cette nouvelle physique. Cette notion de basse énergie, où l'on considère une métrologie de précision, s'oppose au domaine expérimental de la physique des hautes énergies représenté par exemple par les accélérateurs de particules tels que le Large Hadron Collider du CERN. L'obtention de résultats théoriques originaux (notamment la possibilité d'échange de matière entre branes mesurable à travers une probabilité d'échange  $p$ ) et généraux m'ont permis de proposer la conception d'expériences actuellement en cours de réalisation grâce à la mise en place de nouvelles collaborations. Ainsi se sont joints à cette entreprise, le Pr Guy Terwagne du Laboratoire d'Analyse par Réactions Nucléaires de l'Université de Namur, Valery Nesvizhevsky de l'Institut Laue-Langevin de Grenoble, ainsi que Guillaume Pignol et Jacob

---

Lamblin du Laboratoire de Physique Subatomique et de Cosmologie de l'Université Grenoble-Alpes. Plus récemment, une étudiante, Coraline Stasser, a commencé son mémoire de master sur les possibles conséquences de ces modèles sur la description de la stabilité des noyaux atomiques. Ainsi, l'ensemble des résultats obtenus et les publications afférentes, m'ont conduits à faire de ce travail une thématique à part entière. Cette voie constitue ma seconde thématique principale en sus de mes travaux sur les interactions de van der Waals en physique du solide. J'expliquerai dans ce mémoire comment mes travaux en physique des milieux condensés et en optique m'ont conduits à m'investir dans cette thématique spécifique à la physique des hautes énergies.

Dans la suite de ce mémoire, je mettrai en avant les résultats les plus essentiels et les plus récents, placés dans le contexte de leurs enjeux et de l'ensemble des travaux. J'indiquerai les voies qui ont été suivies pour résoudre tel problème ou démontrer tel résultat. Les détails des calculs et des démonstrations sont disponibles dans les publications citées et pour certaines jointes en annexes. Par ailleurs, mon travail peut se décomposer en deux thématiques se rapportant chacune à deux champs disciplinaires de la physique traditionnellement bien distincts : la physique de la matière condensée d'une part, et la physique des hautes énergies d'autre part. En l'occurrence, mon exposé sera dissocié en deux parties : l'électrodynamique dans les systèmes à basse dimensionnalité et l'électrodynamique dans les modèles de mondes branaires.

## Deuxième partie

# Electrodynamique dans les systèmes à basse dimensionnalité





---

*La divine surprise de voir un phénomène prédit par la théorie se produire là où on l'attend  
et tel qu'on l'attend.*

Anatole Abragam - *De la physique avant toute chose ?*



# Chapitre 1

## Modes de surface et réseaux optiques bidimensionnels : Les tamis à photons

Le tout début de ce thème de recherche coïncide avec un travail proposé par Remo Giust de l'Université de Franche-Comté à Besançon (France) en 1998, au début de ma thèse de doctorat. Il s'agissait alors d'étudier les propriétés de réflexion optique d'un interféromètre de Fabry-Pérot. Il était montré que le coefficient de réflexion pouvait présenter une asymétrie autour de ses extrema (ce qui était inattendu) en fonction de la distance entre les miroirs de la cavité de Fabry-Pérot [Giust *et al.* 2000]. Cette asymétrie a été étudiée en fonction des propriétés de la permittivité de la fine couche de métal constituant les miroirs de la cavité [Giust *et al.* 2000]. Par la suite (consécutivement au début de ma thèse de doctorat cette même année au Laboratoire de Physique Moléculaire de l'Université de Franche-Comté, sous la direction de J.-M. Vigoureux), j'ai souhaité continuer l'étude des propriétés optiques des films minces métalliques. Mon intérêt pour les interfaces métalliques présentant des corrugations a été rapidement motivé par la publication en 1998 par T. W. Ebbesen *et al.* [Ebbesen *et al.* 1998] de résultats concernant l'étude expérimentale de réseaux de diffraction constitués d'une couche métallique mince déposée sur un substrat diélectrique, et percée de trous sublongueurs d'onde répartis selon un réseau à deux dimensions (*cf.* figure 1.1).

Ces expériences ont montré des résultats tout à fait inattendus quant au comportement de la transmission optique en fonction de la longueur d'onde : la transmission présentait des pics d'exaltation intenses autour de longueurs d'onde spécifiques dépendant *a priori* des caractéristiques du réseau bidimensionnel. Bien qu'une interprétation faisant appel à la notion de plasmon de surface ait été fournie assez rapidement (notamment par Ebbesen lui-même [Ebbesen *et al.* 1998]), celle-ci laissait de nombreuses zones d'ombre. Ainsi, j'ai donc choisi de diriger l'essentiel de mon travail vers l'analyse de ces expériences. J'ai montré notamment que, dans le cadre de ces expériences, la notion de modes propres associés à un système donné revêt un intérêt crucial. Plus particulièrement, j'ai soulevé l'importance de l'analyse des anomalies de Wood résonantes dans l'interprétation de ces expériences [Sarrazin *et al.* 2003]. Il a été possible de montrer que

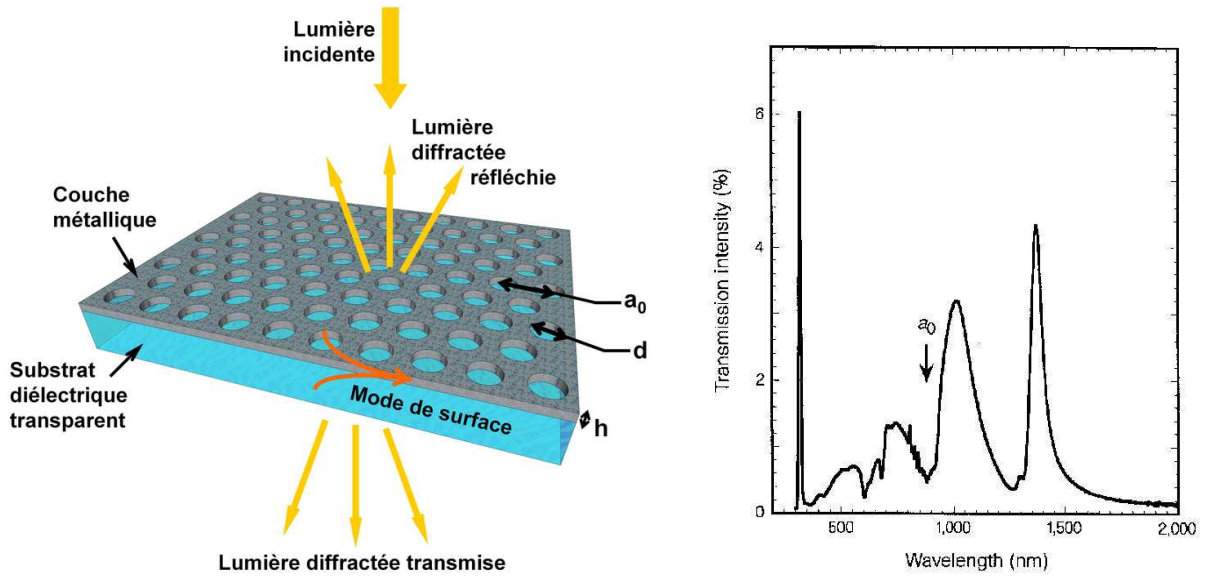


FIGURE 1.1 – A gauche : schéma de principe du tamis à photons. Le comportement de la lumière diffractée dépend des modes de surface couplés à la lumière *via* le réseau de diffraction. Le paramètre du réseau, le type de réseau (hexagonal, carré), l'épaisseur du film métallique, le diamètre des ouvertures, mais aussi l'épaisseur du film, conditionnent les propriétés des modes et leur couplage avec la lumière. A droite : transmission à travers un film d'argent (épaisseur de 200 nm) percé d'un réseau carré (pas de réseau de 900 nm) de trous ronds (diamètre de 150 nm). Source : [Ebbesen *et al.* 1998], Nature.

la notion de résonance de Fano revêt une importance capitale, au point de pouvoir exprimer l'ensemble de la courbe de transmission comme une somme de profils de Fano (*cf.* figure 1.2 et section 1.1).

Ce travail ([Sarrazin *et al.* 2003], [Sarrazin-Vigneron 2003]) apporte une nouvelle lecture des expériences d'Ebbesen. Par ailleurs, il fournit un outil semi-empirique pour comprendre le profil des courbes de transmission dans les structures considérées. Il est essentiel de souligner que cette étude a été rendue possible par l'utilisation d'un programme général d'études de multicouches, éventuellement rugueuses ou percées de trous, reposant sur une méthode de modes couplés et l'utilisation du formalisme de la matrice  $S$ . Ce programme d'étude de multicouches optiques, a été initialement mis au point par J.-P. Vigneron, de l'Université de Namur (Belgique), lors d'un séjour en 1999 au Laboratoire de Physique Moléculaire. J'ai ensuite reconstruit et adapté ce programme à ma problématique [Sarrazin 2002]. A partir de ce programme, j'ai donc cherché à obtenir un certain nombre de paramètres pertinents dans l'étude des systèmes optiques. Ces paramètres correspondent au calcul des coefficients de transmission et réflexion, dont on peut déduire les pertes en énergie. De plus, j'ai développé le calcul de cartes du champ proche et du champ dans le volume du système étudié, avec la possibilité, dans le cadre d'un problème de diffraction, de sélectionner certains ordres et certaines polarisations particulières. On peut y ajouter également la détermination, par l'étude directe des propriétés de la matrice  $S$  (entre autre de ses pôles), des modes propres du système étudié [Sarrazin *et al.* 2003]. Bien qu'initiée au cours de ma thèse, une large partie des développements de ce travail a été réalisée suite à

---

mon arrivée à l'Université de Namur.

## Tamis à photons et résonances de Fano

Tout dispositif optique, comme le tamis à photon, peut être décrit par une matrice  $S$  (Scattering Matrix) qui établit un lien entre les amplitudes des champs électromagnétiques entrant  $|F_{in}\rangle$  dans le système, et les amplitudes des champs électromagnétiques sortant  $|F_{scat}\rangle$  à la fréquence angulaire  $\omega$ . On a :

$$|F_{scat}\rangle = S(\omega) |F_{in}\rangle \quad (1.1)$$

et  $S(\omega)$  contient toute l'information concernant les propriétés géométriques et électrodynamiques du système étudié (*via* les permittivités des matériaux), comme par exemple un réseau de diffraction. De plus, on peut montrer que  $S(\omega)$  peut être explicitement définie à partir des équations de Maxwell. Ainsi, les simulations numériques réalisées dans nos différentes publications sont basées sur une telle approche, qui combine le formalisme de la matrice  $S$  avec une décomposition en ondes planes des champs électromagnétiques. Cette technique fournit un algorithme de calcul pour les amplitudes des champs réfléchis et transmis, pour chaque état de polarisation (s ou p) et pour chaque ordre de diffraction. Une clé de compréhension des propriétés fondamentales des systèmes optiques repose alors sur la détermination des états propres du système étudié. Les états propres obéissent à l'équation homogène :

$$S^{-1}(\omega_p) |F_{eigen}\rangle = 0 \quad (1.2)$$

où les valeurs  $\omega_p$  sont les pôles complexes de la matrice  $S$ . Ainsi, les pôles sont solutions de l'équation :

$$\det \{ S^{-1}(\omega_p) \} = 0 \quad (1.3)$$

Si on extrait la partie singulière de  $S(\omega)$  correspondant aux modes propres du dispositif étudié, on peut écrire  $S(\omega)$  sous une forme analytique :

$$S(\omega) = \sum_p \frac{R_p}{\omega - \omega_p} + S_h(\omega) \quad (1.4)$$

Il s'agit d'une série de Laurent généralisée où chaque terme matriciel  $R_p$  est un résidu associé à un pôle  $\omega_p$ . On note que les pôles  $\omega_p = \omega_p^R + i\omega_p^I$  sont des nombres complexes, et que la partie imaginaire  $\omega_p^I$  peut être reliée à la durée de vie de chaque mode. Le caractère divergent des termes fractionnaires souligne la dynamique résonante des modes propres (on peut parler de termes résonants de la matrice  $S$ ).  $S_h(\omega)$  est la partie holomorphe de  $S(\omega)$  correspondant aux processus non résonants. Idéalement, dans le voisinage d'un pôle donné, la partie holomorphe peut être considérée comme pratiquement constante. Dès lors, l'amplitude  $s(\omega)$  d'un ordre de diffraction donné est associé à certains éléments de la matrice  $S$ , de sorte que l'intensité d'un

ordre de diffraction donné  $I \propto |s(\omega)|^2$  peut être facilement estimée. On obtient ainsi :

$$I_F = \tilde{I}_0 \frac{(\omega - \omega_z^R)^2 + \omega_z^{I2}}{(\omega - \omega_p^R)^2 + \omega_p^{I2}} \quad (1.5)$$

où  $\omega_z = \omega_z^R + i\omega_z^I$  est le zéro de  $s(\omega)$  au voisinage de  $\omega_p$  dans le plan complexe. Cette fonction conduit au profil asymétrique typique des résonances de Fano. Par ailleurs, dans le cas où la partie holomorphe est négligeable, on obtient naturellement pour l'expression de l'amplitude :

$$I_{BR} = I_0 \frac{1}{(\omega - \omega_p^R)^2 + \omega_p^{I2}} \quad (1.6)$$

qui correspond simplement au profil lorentzien associé à une résonance de Breit-Wigner.

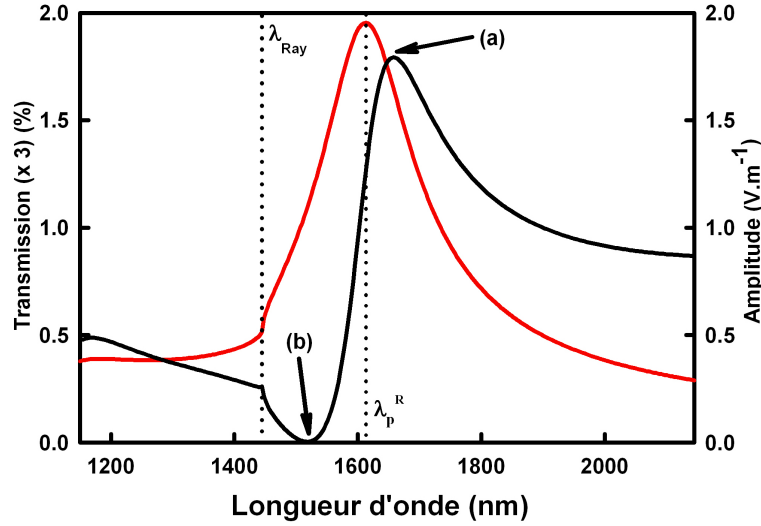


FIGURE 1.2 – Transmission optique calculée (courbe noire) et amplitude associée à l'ordre de diffraction résonant (courbe rouge) d'un film fictif de permittivité  $\epsilon = -25.0 + i1.0$  déposé sur du verre. Le rayon de chaque trou est de 500 nm et le paramètre du réseau est  $a = 1000$  nm. Une discontinuité apparaît à la longueur d'onde de Rayleigh  $\lambda_{Ray}$ .

Comme le montre la figure 1.2, pour un mode propre donné (*i.e.*  $\omega_p$  fixé), la valeur de  $\omega$  pour laquelle  $I_{BR}$  est un maximum (*i.e.*  $\omega = \omega_p^R$ ) ne correspond pas à celle pour laquelle  $I_F$  est maximale ou minimale (c'est à dire (a) ou (b) sur la figure 1.2). Afin d'illustrer les mécanismes physiques responsables du comportement décrit par le formalisme de la matrice  $S$ , on représente les processus correspondants impliqués. Dans la figure 1.3, les cercles  $A$  et  $B$  représentent des éléments diffractant, par exemple, des ouvertures dans un film métallique mince opaque. Ainsi, une onde incidente propagative  $i$  (en rouge) diffracte en  $A$  et génère un ordre de diffraction évanescent (ligne pointillée bleue). Un tel ordre de diffraction est couplé à un mode propre (par exemple, un plasmon de surface ou un mode guidé plan), qui est caractérisé par une fréquence angulaire complexe  $\omega_p$ . Il devient alors possible d'exciter ce mode propre, ce qui conduit à une réaction en retour de l'ordre évanescent (on peut parler d' "ordre résonant"). Ce processus

est lié au terme résonant de la matrice  $S$ . Dans la figure 1.2, la courbe rouge est l'amplitude du champ électromagnétique calculée pour un tel ordre de résonance évanescent. L'ordre de diffraction résonant diffracte alors en  $B$ , et génère une contribution à un ordre de diffraction propagatif, dans notre cas l'ordre spéculaire. Ainsi, on peut s'attendre à observer idéalement un profil de résonance lorentzien, comme pour l'amplitude  $s_r$  de l'ordre de diffraction spéculaire propagatif qui apparaît en  $B$ . Néanmoins, il est également nécessaire de tenir compte des processus de diffraction non résonants en relation avec le terme holomorphe  $s_h(\omega)$ . Ainsi, l'onde incidente  $i$ , génère également un ordre propagatif  $s_h$  (en vert), qui apparaît comme une nouvelle contribution à l'ordre spéculaire. Donc, lorsque l'on observe le faisceau spéculaire transmis, on observe en réalité la somme des deux contributions, soit  $s_r + s_h$ . Ainsi, les profils de Fano de la transmission (mais aussi de la réflexion) résultent d'une superposition des contributions résonante et non résonante à l'ordre de diffraction observé. A titre d'illustration, sur la figure 1.2, on peut comparer la transmission calculée (courbe noire) avec l'amplitude de l'ordre résonant évanescent, calculée en champ proche (courbe rouge).

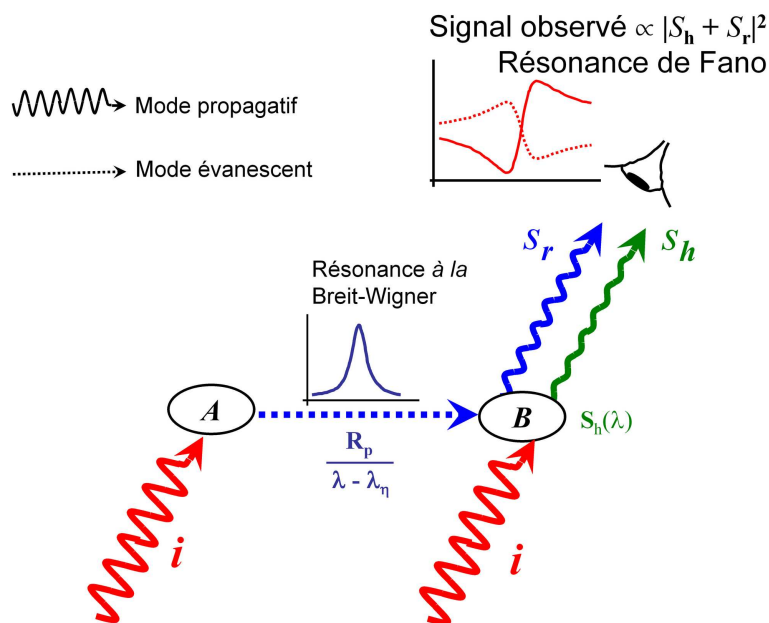


FIGURE 1.3 – Schéma de principe du mécanisme de la résonance de Fano.

## Conséquences du modèle

D'une manière générale, les résultats publiés dans [Sarrazin *et al.* 2003] ont eu pour conséquence d'induire un certain nombre de résultats nouveaux. Par exemple, je me suis intéressé à la transmission optique d'un réseau diélectrique réalisé dans une couche de tungstène [Sarrazin-Vigneron 2005]. Pour des longueurs d'onde appropriées, le tungstène montre en effet un comportement diélectrique. Les simulations numériques mènent à des résultats théoriques semblables à ceux trouvés avec les systèmes métalliques étudiés dans mes premiers travaux [Sarrazin *et al.* 2003]. L'interprétation de ces résultats repose sur l'idée que la transmission est corrélée avec la



réponse résonante des modes propres guidés (la couche de tungstène agissant comme un guide d'onde plan) couplés aux ordres évanescents de diffraction. En ce sens, ce travail montre théoriquement que les plasmons de surface peuvent être remplacés par d'autres modes de surface. Ces résultats ont été publiés dans la référence [Sarrazin-Vigneron 2003] et ont été par la suite confirmés expérimentalement [Thio-Lezec 2005]. Plus récemment, dans une approche similaire, des modes apparentés aux plasmons de surface, les modes de Brewster-Zennek bien connus en physique ionosphérique, ont été mis en évidence théoriquement dans le cas de films de chrome [Sarrazin-Vigneron 2005]. L'intérêt de ce travail a été de soulever l'importance de tels modes dans le domaine optique. En effet, ces modes sont couramment étudiés dans le domaine radio-fréquence et restent peu connus des opticiens. Une autre conséquence de notre modèle a été de pouvoir envisager les conséquences de l'utilisation de trous asymétriques dans les réseaux de transmissions considérés. En l'occurrence, il a été possible de prévoir le comportement de la transmission en fonction de la polarisation de l'onde incidente. Ainsi, quelle que soit la longueur d'onde, la transmission présente une variation en fonction de la polarisation incidente similaire à la loi de Malus. L'intérêt de ce travail [Sarrazin-Vigneron 2004] a été de proposer un nouveau type de filtre polarisant présentant les avantages de filtration en longueur d'onde des réseaux d'Ebbesen. Enfin, notons que l'essentiel des travaux portant intérêt aux expériences d'Ebbesen se sont focalisés sur les propriétés de transmission. Néanmoins, quelques articles expérimentaux ont fourni des données expérimentales quant aux propriétés de réflexion optique. Ainsi, on a pu voir des tentatives d'expliquer les propriétés de réflexion en fonction de la dynamique des plasmons de surface, *via* une comparaison avec les propriétés de transmission [Van Exter *et al.* 2004]. Dans la référence [Sarrazin-Vigneron 2004], j'ai pu clairement confirmer, par voie théorique, le lien direct entre propriétés de réflexion et dynamique des plasmons tel que suggéré par Van Exter *et al.*

Après une période d'arrêt pour me consacrer à d'autres thématiques, j'ai repris en partie mes travaux sur les tamis à photons au cours des dernières années (2012 à 2015). Cette reprise fait suite à ma rencontre avec Nicolas Reckinger alors en poste au département de physique de l'UNamur et son collaborateur Alexandru Vlad de l'Université Catholique de Louvain. Nicolas Reckinger étant spécialisé dans la synthèse du graphène, et Alexandru Vlad maîtrisant les techniques de fabrications, entre autres par photolithographie, il nous a paru intéressant d'envisager l'étude des propriétés plasmoniques du graphène déposé sur un tamis à photon. Ce travail a fait l'objet d'une publication [Reckinger *et al.* 2012] concernant un senseur basé sur le système précédemment décrit, et qui a permis de fixer expérimentalement le taux de dopage du graphène déposé sur de l'or en considérant les propriétés d'absorption du graphène (*cf.* Figure 1.4). De plus, au moment de la rédaction de ce mémoire, dans le cadre de la thèse de Michaël Lobet et d'une collaboration avec Dan Lis en post-doctorat à l'UNamur, nous avons complété cette étude par la détermination du tenseur de susceptibilité non-linéaire du graphène sur l'or pour la génération de seconde harmonique. Ce travail fait l'objet d'une publication en cours de préparation.

J'ai également poursuivi ma collaboration avec Alexandru Vlad sur des sujets connexes, et nous avons montré, expérimentalement et théoriquement, comment utiliser les propriétés de

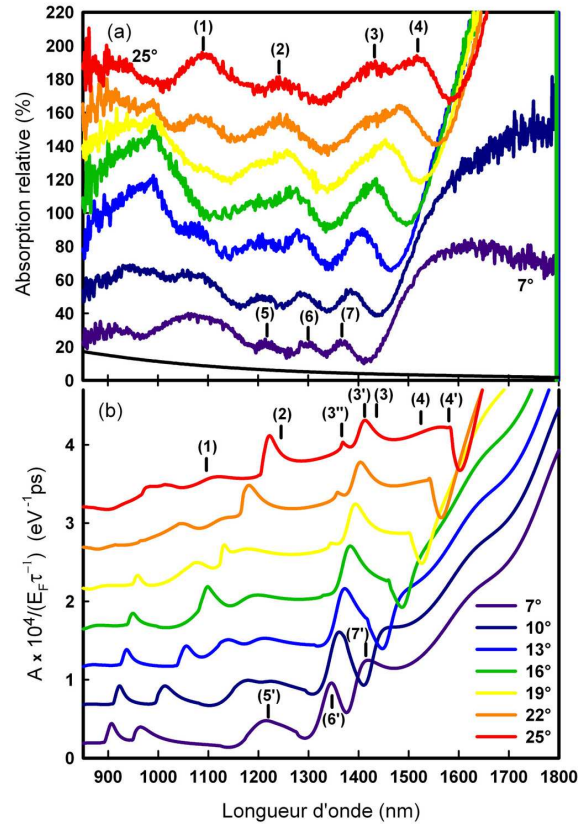


FIGURE 1.4 – (a) Absorption relative du graphène déposé sur une couche d'or perforée d'un réseau bidimensionnel de trous et pour différents angles d'incidence. La courbe noire représente l'absorption relative du graphène déposé sur de l'or non structuré. Par souci de clarté, chaque courbe est décalée verticalement de 25 unités par rapport à la précédente. (b) Simulation de l'absorption du graphène sur de l'or structuré pour différents angles d'incidence. Ici, chaque courbe est décalée verticalement de 0.5 unité par rapport à la précédente.

diffraction des tamis à photons dans les techniques de photolithographie [Emplit *et al.* 2014] *via* un effet Talbot contrarié, *i.e.* s'établissant au sein d'une cavité (*cf.* Figure 1.5).

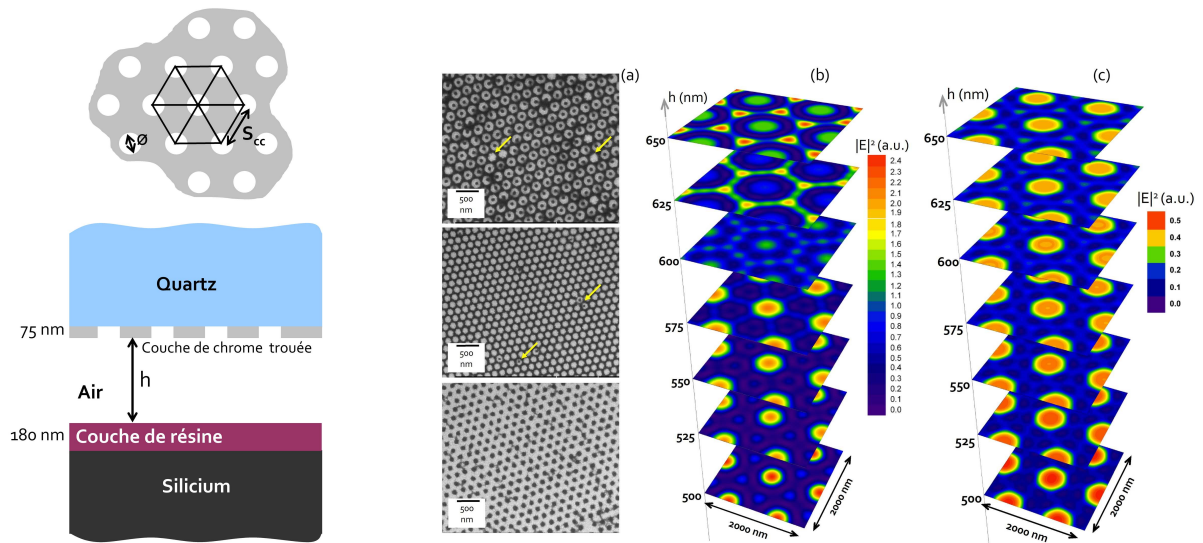


FIGURE 1.5 – Schéma de principe du dispositif de nanofabrication basé sur l'effet Talbot. A gauche, un masque lithographique (constitué d'une couche de chrome structurée et déposée sur du quartz) permet de travailler une couche de résine déposée sur du silicium (agissant comme support et formant une cavité de type Fabry-Perot avec le miroir chromé). Panneau (a) : En champ proche, l'effet Talbot permet de produire une image modifiée du masque du fait des effets d'interférences. Au sein d'une cavité Fabry-Perot, l'effet Talbot devient beaucoup plus riche et permet d'avoir accès à la fabrication de structures originales. La simulation (Panneau (b)) permet de comprendre la formation de ces géométries par rapport à l'effet Talbot classique (Panneau (c)).

## Chapitre 2

# Electrodynamique de surface dans les systèmes biologiques et bio-inspirés

Mon intérêt pour cette thématique a pris naissance lors de ma collaboration avec Jean-Pol Vigneron alors que je travaillais comme chercheur à l'Université de Namur en 2004. Initialement, les phénomènes pris en considération sont essentiellement liés aux couleurs structurales, *i.e.* les couleurs qui apparaissent du fait de phénomènes de diffraction et de réfraction au niveau de structures microscopiques d'origine naturelle (par exemple, la couleur bleue métallique des papillons "morpho" [Berthier 2010] liée à la micro-structuration des couches de chitine de l'insecte). Ce sujet, en dehors d'aspects purement liés à la compréhension de phénomènes biologiques, est susceptible de présenter des retombées industrielles, puisqu'il est envisageable de concevoir de nouveaux matériaux optiques s'inspirant du vivant. En dehors d'un intérêt tout personnel pour la biologie, il est rapidement apparu, et de manière évidente, qu'il existait des connections entre certaines problématiques liées aux couleurs structurales en biologie et les problèmes que j'avais traités dans ma thématique initiale sur les interfaces (voir le chapitre 1). En effet, le concept de résonance de Fano trouve un écho dans la compréhension de spectres de transmission de spécimens biologiques. J'ai eu ainsi l'opportunité de collaborer avec Jean-Pol Vigneron sur un travail visant à comprendre les mécanismes de protection UV de l'edelweiss [Vigneron *et al.* 2005]. Il a été possible de montrer comment, *via* une résonance de Fano, la lumière UV peut être piégée dans un réseau de microfibres optiques naturelles qui constitue une couche cotonneuse qui enrobe les feuilles de l'edelweiss [Vigneron *et al.* 2005]. A la suite de ce travail, j'ai eu l'opportunité de m'investir plus en avant sur ce sujet avec l'étude des propriétés des nano-structurations des ailes d'une guêpe tropicale *megascolia procer javanensis* sur la suggestion de J.-P. Vigneron. J'ai pu ainsi contribuer directement aux aspects expérimentaux de ce travail en réalisant une partie de l'imagerie en microscopie électronique à balayage de l'animal, tout comme l'acquisition des spectres optiques expérimentaux. Puis, à partir de l'imagerie électronique, j'ai suggéré un modèle de la structuration de l'aile de la guêpe ; j'ai ensuite testé ce modèle *via* le code numérique de propagation du champ électromagnétique auquel j'ai

recours depuis mes travaux sur l'électrodynamique des interfaces (*cf.* chapitre 1). Les spectres théoriques ainsi obtenus se sont montrés en très bon accord avec les mesures. De plus, il a été possible d'interpréter ces spectres dans le cadre d'un modèle analytique simple de couche optique plane mince [Sarrazin *et al.* 2008].

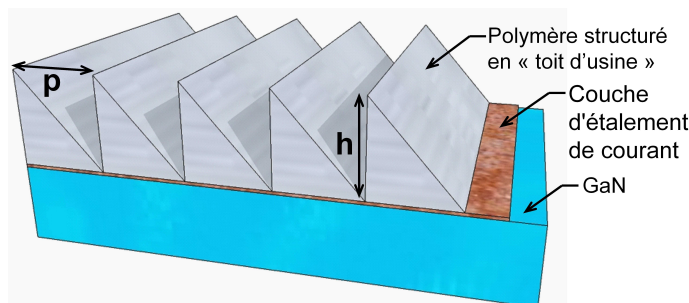


FIGURE 2.1 – Dispositif bio-inspiré de la structure observée chez la luciole. Une diode bleue au nitrure de gallium (GaN) est couverte (par-dessus la couche d'étalement de courant de la diode) d'une couche de polymère structurée à l'échelle micrométrique. Le système a été étudié pour diverses valeurs de la période  $p$  du réseau en "toit d'usine", et pour différentes hauteurs  $h$  des "toits".

Plus récemment, j'ai collaboré à l'étude des propriétés de microstructures présentes chez certaines lucioles, dans le cadre de la thèse d'Annick Bay, que j'ai co-encadrée. La thèse, intitulée *A biomimetic approach for improved light extraction from solid-state sources : from fireflies to light-emitting diodes*, avait été proposée par Jean-Pol Vigneron, alors directeur de thèse d'Annick Bay. Ces structures présentent la particularité d'augmenter l'efficacité d'extraction de la lumière émise de l'intérieur de la luciole [Bay *et al.* 2013b]. Ces travaux ont fait l'objet d'une transposition biomimétique dans une LED au nitrure de gallium [Bay *et al.* 2013a] (*cf.* Figure 2.1). Nous avons déterminé les conditions permettant ainsi d'optimiser l'émission de lumière dans ce type de LED en reproduisant l'analogie du réseau micrométrique à une dimension de la luciole (Figure 2.2). Grâce à un partenariat avec les Universités de Sherbrooke (Canada) et de Louvain, qui ont réalisé ces LED, nous avons pu confirmer expérimentalement nos prédictions [Bay *et al.* 2013a].

A la suite de mon travail avec Annick Bay, j'ai encadré le travail de mémoire de Master II de Louis Dellieu ayant pour sujet : *Surface multifonctionnelle d'origine biologique : l'aile de la cigale grise*. Ce sujet avait été proposé par Jean-Pol Vigneron. Les cigales présentent en effet des nanostructurations à la surface de leurs ailes. Chaque nanostructure est constituée d'un tronc de cône surmonté d'une demi-sphère. L'ensemble mesure environ une centaine de nanomètres et les nanostructures se répètent selon un réseau hexagonal. L'intérêt de ce travail, mené par Louis Dellieu, résidait dans le fait de montrer l'existence d'une intrication fonctionnelle au sein des nanostructures permettant aux ailes de cigale de présenter à la fois des propriétés de superhydrophobie et de supertransparence [Dellieu *et al.* 2014]. L'idée de multifonctionnalité et d'origine commune pour des propriétés physiques *a priori* différentes m'a permis de proposer à Louis Dellieu un sujet de thèse poussant plus en avant ce concept tout en quittant l'aspect bio-inspiré. Ce sujet de thèse intitulé *Etude des effets conjoints des propriétés optiques et des*

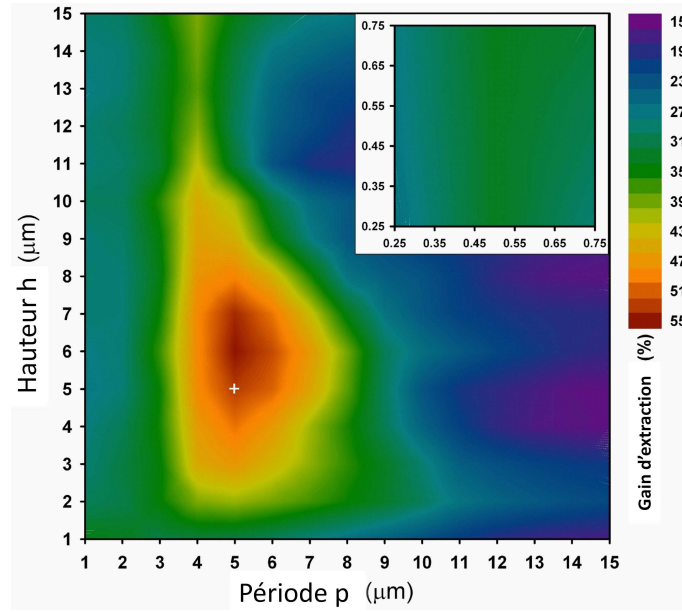


FIGURE 2.2 – Taux d'extraction de la lumière dans le dispositif bio-inspiré de la luciole. Un pas de réseau  $p = 5 \mu\text{m}$  et une hauteur de "toit"  $h = 6 \mu\text{m}$  offrent un gain d'environ 55% de l'intensité de la lumière extraite de la diode. Expérimentalement, un pas de réseau  $p = 5 \mu\text{m}$  et une hauteur de "toit"  $h = 5 \mu\text{m}$  (croix blanche) ont été utilisés.

*forces superficielles de surfaces nanostructurées multifonctionnelles* repose sur l'étude des forces de van der Waals dans un contexte lié à l'électrodynamique quantique aux interfaces. Cette problématique sera détaillée dans le chapitre 4 de ce mémoire. A ce jour, et à la suite de la disparition du Pr Jean-Pol Vigneron, je n'ai pas souhaité poursuivre mes activités de recherche en biophotonique afin de me focaliser sur mes autres thématiques.



## Chapitre 3

# Optimisation de films minces pour le photovoltaïque et le solaire thermique

Ma pratique de l'électrodynamique des surfaces m'a conduit à collaborer depuis 2012 avec Olivier Deparis à l'Université de Namur sur la thématique de l'optimisation des systèmes utilisés pour convertir l'énergie solaire en énergie utilisable par le consommateur. Il peut s'agir de systèmes photovoltaïques comme de dispositifs reposant sur l'énergie thermique d'origine solaire. Dans le premier cas, je me suis intéressé au problème du rendement des cellules photovoltaïques en lien avec la cohérence de la lumière. Dans le second cas, il s'agit de concevoir des superabsorbants capables de convertir la plus grande partie du spectre optique en énergie thermique.

### Cohérence de la lumière et interactions matière-rayonnement

Ce sujet entre dans le cadre de la thèse d'Aline Herman - sous la direction d'Olivier Deparis - que j'ai eu l'opportunité de co-encadrer. Ce sujet porte sur l'*étude théorique du piégeage de la lumière dans les structures photoniques : application aux cellules photovoltaïques ultra-minces en silicium cristallin*. Dans ce contexte, la question de la cohérence de la lumière solaire est cruciale dans la mesure où elle va conditionner l'optimisation des cellules solaires. Une onde électromagnétique de fréquence définie, mais incohérente, est caractérisée par une phase stochastique. Le temps de cohérence est la durée pendant laquelle l'onde possède une phase pouvant être considérée comme non aléatoire. Depuis longtemps, on soupçonne que la cohérence de la lumière solaire doit affecter le rendement des cellules solaires. Ainsi, le photocourant  $J$  que l'on peut espérer obtenir dans une cellule solaire est donné par la relation :

$$J = \frac{e}{hc} \int A(\lambda) S(\lambda) \lambda d\lambda = \int J(\lambda) d\lambda \quad (3.1)$$



où  $A(\lambda)$  est l'absorption dans la couche active de la cellule,  $S(\lambda)$  est la densité spectrale de puissance globale de la lumière solaire et  $J(\lambda)$  est le spectre du photocourant. De manière à prendre en compte la nature incohérente de la lumière solaire,  $A(\lambda)$  doit correspondre à l'absorption incohérente effective  $A_{incoh}(\lambda)$  au niveau de la cellule solaire. Dans la plupart des travaux existant dans la littérature,  $A(\lambda)$  correspond à l'absorption cohérente  $A_{coh}(\lambda)$ . Elle est alors calculée en utilisant des méthodes numériques qui permettent de propager le champ électromagnétique sous forme d'ondes cohérentes [Jin-Phillips 2008, Zhao *et al.* 2010]. Dans quelques travaux, des approches numériques ont été proposées de manière à calculer  $A_{incoh}(\lambda)$  [Centurioni 2005, Katsidis-Siapkas 2002, Lee *et al.* 2012, Prentice 2000, Santbergen 2013, Troparevsky *et al.* 2010]. Toutefois, ces approches reposent sur la réalisation de nombreuses séquences numériques répétées, chacune étant effectuée pour une onde incidente cohérente aléatoirement déphasée par rapport à la précédente. Le résultat final est alors obtenu à partir d'une analyse statistique de l'ensemble des séquences de calcul. Le problème de ces approches est alors la consommation en temps des ressources numériques. Dans une publication récente avec Aline Herman [Sarrazin *et al.* 2013], nous avons montré que  $A_{incoh}(\omega)$  (où  $\omega = 2\pi c/\lambda$  est la fréquence angulaire), peut être simplement calculée *via* un produit de convolution (noté  $\star$ ) entre  $A_{coh}(\omega)$  et une fonction d'incohérence  $I(\omega)$ , et ainsi on a :

$$A_{incoh}(\omega) = I(\omega) \star A_{coh}(\omega). \quad (3.2)$$

La fonction d'incohérence est définie par la distribution gaussienne :

$$I(\omega) = \tau_c \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi^3}} e^{-\frac{\ln 2}{\pi^2} \tau_c^2 \omega^2} \quad (3.3)$$

avec une largeur à mi-hauteur  $\Delta\omega = 2\pi/\tau_c$  qui est inversement proportionnelle au temps de cohérence  $\tau_c$ . Physiquement,  $I(\omega)$  décrit la dynamique stochastique de chacune des lignes spectrales (à la fréquence  $\omega$ ) composant le spectre solaire. Cette relation simple en apparence permet de réduire considérablement le temps de calcul et la complexité de l'algorithme permettant de décrire le comportement d'une cellule solaire en lumière incohérente. La démonstration complète que j'ai réalisée de l'équation (3.2) est détaillée dans la référence [Sarrazin *et al.* 2013]. Elle a été ensuite reformulée dans le cadre de la théorie du signal par Olivier Deparis dans [Herman *et al.* 2014]. Toutefois, cette expression peut être justifiée physiquement comme il suit. En lumière incohérente, une cellule solaire ressent un ensemble de trains d'ondes incidents aléatoirement déphasés les uns par rapport aux autres. Ces trains d'onde ont la même fréquence  $\omega$  et une durée de vie moyenne donnée par le temps de cohérence  $\tau_c$ . En conséquence, la cellule solaire ressent une onde incohérente qui peut être vue comme une onde cohérente filtrée temporellement. Autrement dit, la fonction  $f_{incoh}(t)$  (qui décrit la dépendance temporelle du signal incohérent) est donnée par une fonction  $f_{coh}(t)$  sinusoïdale (représentant un signal cohérent) multipliée par une fonction  $m(t)$  constituée d'un ensemble de fenêtres temporelles suivant une séquence aléatoire. Alors, par analogie avec la théorie du signal, la réponse effective  $A_{incoh}(\omega)$  d'une cellule solaire dans le domaine fréquentiel est donnée par le produit de convolution, *i.e.* Eq.(3.2). Dans le cas

présent, on montre que  $I(\omega) = D(\omega) / \int D(\omega) d\omega$ , où  $D(\omega) = |m(\omega)|^2$ , avec  $m(\omega) = \int m(t) e^{i\omega t} dt$ .

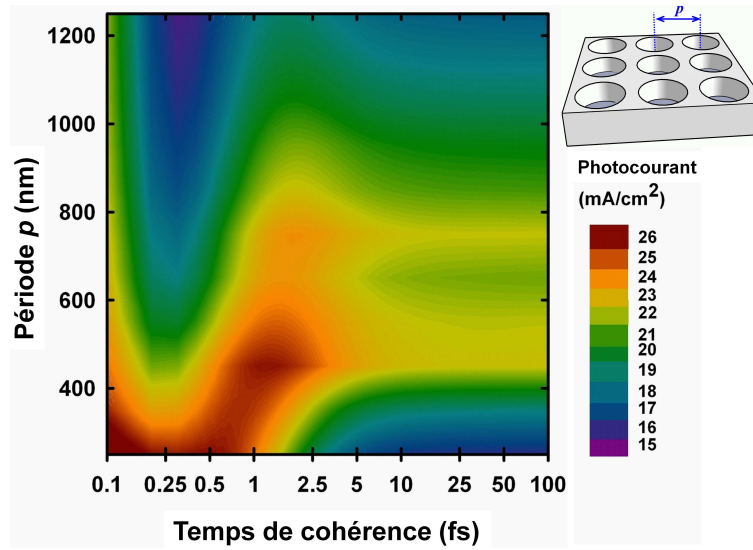


FIGURE 3.1 – Photocourant produit par une couche de silicium nanostructurée en fonction du temps de cohérence de la lumière. La géométrie de la structure, qui optimise l'intensité du photocourant produit, dépend du temps de cohérence de la source.

Dans ce contexte, on montre, pour une structure test, qu'effectivement le photocourant dépend de la structure géométrique de la cellule photovoltaïque pour un temps de cohérence fixé (voir figure 3.1). Actuellement, la principale difficulté liée à la prise en compte de l'incohérence de la lumière réside dans le fait de pouvoir confronter ce genre de modèle avec une mesure physique dans laquelle il serait possible de mesurer un photocourant en fonction d'un degré de cohérence temporel qui puisse être réglé à volonté. Au moment de la rédaction de ce mémoire, des contacts avec divers groupes d'opticiens expérimentateurs ont été entrepris afin d'envisager la conception d'une telle expérience.

## Superabsorbeurs à spectre large

Un autre sujet sur lequel j'ai eu l'opportunité de travailler concerne l'étude des métamatériaux superabsorbants à spectre large. On espère idéalement que de tels matériaux soient capables d'absorber la totalité du rayonnement du spectre solaire pour le convertir en chaleur, utilisable dans des installations de type "solaire thermique". En effet, l'absorption optique d'un milieu correspond pour l'essentiel à un effet Joule. Bien évidemment, le champ d'application des superabsorbeurs s'étend bien au-delà du seul domaine de l'énergie solaire. On peut envisager par exemple des applications pour les bolomètres ou les détecteurs infrarouges. Ainsi, au sein du département de physique, Michaël Lobet avait commencé sa thèse sur le thème de l'*Etude des propriétés superabsorbantes des métamatériaux*, sous la direction des Prs Luc Henrard et Olivier Deparis. Il est apparu que cette problématique, et plus particulièrement la géométrie de certaines structures étudiées, coïncidaient avec des situations que j'avais étudiées dans l'étude des tamis à photons. Michaël Lobet a en effet choisi d'orienter ses études vers des métamatériaux à base de

graphène, selon un schéma évocateur des tamis à photons. Dans une première étape, une étude a été réalisée utilisant des films ultraminces métalliques au lieu du graphène, conduisant à des métamatériaux constitués d'un réseau de pyramides formées de couches périodiques alternées d'or et de germanium. Ce système repose sur des excitations plasmoniques locales mais couplées à grande distance qui contribuent à donner au matériau obtenu une capacité d'absorption sur une large gamme de longueurs d'onde [Lobet *et al.* 2014].

De manière plus impliquée, j'ai accompagné Michaël Lobet dans l'étude approfondie d'un métamatériau à base de graphène, que j'avais commencé à étudier au niveau expérimental en 2012 [Reckinger *et al.* 2013] grâce au concours de mes collègues Nicolas Reckinger (Département de Physique de Namur) et Alexandru Vlad (Université Catholique de Louvain) (*cf.* chapitre 1). Les échantillons ont été analysés par une technique de génération de seconde harmonique par notre collègue Dan Lis au département de Physique. Les nouveaux résultats expérimentaux ont fait l'objet d'une étude par Michaël Lobet et moi-même renforçant la démonstration de l'efficacité du graphène comme superabsorbeur.

## Chapitre 4

# Effet Casimir et forces de van der Waals dans les métamatériaux

Dès la fin de ma thèse en 2002, j'avais envisagé la possibilité d'étudier l'altération des forces de van der Waals dans des cristaux photoniques *via* le code numérique que j'utilisais pour propager le champ électromagnétique. En effet, l'interaction de van der Waals résulte de l'échange de photons virtuels entre les corps en interaction. Il est alors possible de relier la densité de modes électromagnétiques au potentiel d'interaction, laquelle densité de modes peut être extraite du code numérique employé. Toutefois, ce n'est que récemment que j'ai eu le temps et l'opportunité de concrétiser ce genre d'étude. Au cours de l'année 2012-2013, j'ai encadré Louis Dellieu sur un sujet portant sur les propriétés superhydrophobes et super transparentes des ailes de cigale. Ces ailes sont par ailleurs réputées pour leurs propriétés antibactériennes. Dans tous les cas, ces propriétés sont liées aux nanostructurations présentes sur les ailes. Il était tentant de se demander dans quelle mesure ces nanostructures - puisqu'il était montré qu'elles influaient sur les propriétés optiques - étaient capables de modifier les forces de van der Waals, et au-delà les propriétés d'hydrophobie ou antibactériennes. J'ai donc proposé dans ce sens un sujet de thèse à Louis Dellieu, sous la tutelle d'Olivier Deparis. Le sujet porte sur l'*étude des effets conjoints des propriétés optiques et des forces superficielles de surfaces nanostructurées multifonctionnelles*.

L'approche théorique repose sur la démarche suivante, inspirée de l'approche introduite par Lifshitz [Lifshitz 1956] à la suite des travaux de Casimir [Casimir 1948] et également considérée par d'autres auteurs ces dernières années [Davids *et al.* 2010, Lambrecht *et al.* 2006, Lambrecht-Marachevsky 2008, Messina-Anteza 2011, Reid *et al.* 2009]. On considère une structure comparable à celle schématisée sur la figure 4.1. On étudie donc deux couches constituées d'un milieu structuré ou non.

L'énergie potentielle  $U$  associée aux forces de van der Waals s'exerçant entre deux objets macroscopiques peut se calculer à partir de l'énergie libre  $G$  associée au système étudié (les deux objets). On suppose que  $G$  dépend uniquement des modes du champ électromagnétique associés au système. On considère alors la fonction de partition  $Z(\omega_p)$  du système étudié pour une fréquence  $\omega_p$  associée à un mode propre électromagnétique du système vu comme un dispositif

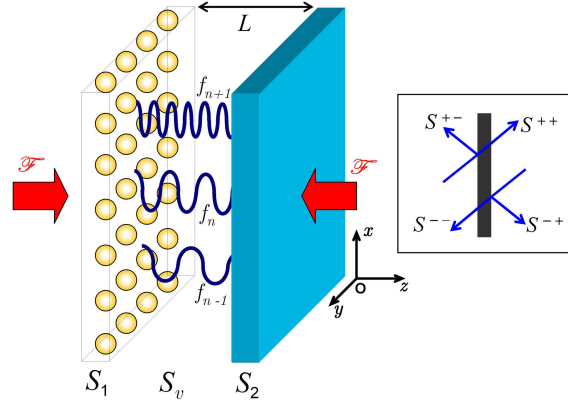


FIGURE 4.1 – Schéma de principe du système considéré pour le calcul des forces de van der Waals *via* l'effet Casimir. Deux systèmes sont en interaction et sont représentés par les matrices  $S_1$  et  $S_2$ . La matrice  $S_v$  représente le vide entre les deux systèmes. On peut ainsi déterminer les modes du vide autorisés.

optique. On a :

$$Z(\omega_p) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\hbar\omega_p(n+\frac{1}{2})/k_B T} \quad (4.1)$$

où  $T$  est la température du système en considérant que le système et le rayonnement électromagnétique sont à l'équilibre thermodynamique. L'énergie libre  $G$  totale est alors donnée par la sommation sur l'ensemble des modes propres électromagnétiques du système, *i.e.* :

$$G = -k_B T \sum_p \ln Z(\omega_p) \quad (4.2)$$

Lorsque l'ensemble des modes propres du système vérifient  $\hbar\omega_p \gg k_B T$ , on a :  $G \sim \sum_p (1/2)\hbar\omega_p$ . Pour des températures n'excédant pas trop la température ambiante on montre que la condition  $\hbar\omega_p \gg k_B T$  est généralement vérifiée. Pour sommer tous les modes du système, on a recours au principe de l'argument issu de l'analyse complexe. Ainsi, on suppose que l'on peut construire une fonction méromorphe  $f(z)$  dépourvue de zéros, et dont les pôles correspondent aux fréquences complexes des modes propres du système étudié. On considère ensuite une fonction  $g(z)$  holomorphe à l'intérieur d'un lacet  $\gamma$  et sur celui-ci ( $\gamma$  est orienté positivement, *i.e.* dans le sens anti-horaire). Le lacet contient l'ensemble des pôles de  $f(z)$ . Dans l'hypothèse des pôles simples, on montre alors que :

$$\sum_p g(z_p) = -\frac{1}{2i\pi} \int_{\gamma} g(z) \frac{d}{dz} \ln(f(z)) dz \quad (4.3)$$

avec  $z_p$  les pôles de  $f(z)$ . Les pôles étant contenus dans le demi-plan complexe inférieur [Sarrazin 2002], on considère un contour  $\gamma$  en demi-cercle fermé. On procède alors à une intégration par partie qui bénéficie du fait que la fonction  $z \ln(f(z))$  est simplement évaluée sur  $\gamma$ . Par ailleurs, on admet que  $f(-\omega) = f^*(\omega)$ . En effet  $f(\omega)$  sera reliée à la matrice  $S(\omega)$ , introduite dans les chapitres précédents, laquelle vérifie cette condition qui correspond au fait que  $S(t)$  soit réelle,

*i.e.* au fait que le champ électromagnétique est associé à des quantités réelles. Puisque  $f(z)$  ne possède pas de pôles dans la partie supérieure droite du plan complexe, on peut appliquer une rotation de Wick telle que :

$$G = -\frac{\hbar}{2\pi} \int_0^\infty \ln(f(i\xi)) d\xi \quad (4.4)$$

où l'on a utilisé le fait que  $f(i\xi)$  est réelle du fait que  $f(-\omega) = f^*(\omega)$ . On note que l'intérêt de l'intégration sur l'axe imaginaire des fréquences est préférable à une intégration pour des fréquences réelles. En effet, la fonction  $f(i\xi)$  varie doucement et continûment lorsque  $\xi$  varie, alors que la fonction  $f(\omega)$  présente des oscillations et des discontinuités qui rendent hasardeuse toute tentative d'intégration numérique, voir même analytique. Au final, l'énergie potentielle de Casimir (*i.e.* le potentiel d'interaction de van der Waals retardé) est donné par :

$$\begin{aligned} \mathcal{U} &= \int \frac{d^2 k_{//}}{(2\pi)^2} G(\mathbf{k}_{//}) \\ &= -\frac{\hbar}{2\pi} \int \frac{d^2 k_{//}}{(2\pi)^2} \int_0^\infty d\xi \ln(f(i\xi, \mathbf{k}_{//})) \end{aligned} \quad (4.5)$$

où le facteur  $(2\pi)^2$  est lié à l'intégration sur  $\mathbf{k}_{//}$ , qui est la composante parallèle aux interfaces du vecteur d'onde des photons échangés.

Pour le choix de  $f(z)$ , on considère (modulo certaines hypothèses supplémentaires) son identification au déterminant de la matrice  $S$  (*cf.* section consacrée aux tamis à photons), laquelle peut être calculée de manière convenable par une méthode de type RCWA (Rigorous Coupled-Wave Analysis) [Sarrazin 2002]. En effet, considérons deux couches (homogènes et/ou structurées) séparées par du vide (voir figure 4.1). La première couche est décrite par la matrice de diffusion  $S_1$  tandis que la deuxième est décrite par  $S_2$ . On nomme  $S_v$  la matrice de diffusion qui décrit la couche de vide d'épaisseur  $L$  entre les deux couches matérielles.  $L$  est donc la distance entre ces deux couches. La matrice de diffusion  $S$  totale est alors donnée par une loi de composition  $\circ$  de sorte que  $S = S_1 \circ (S_v \circ S_2)$ . On pose :

$$S_1 = \begin{bmatrix} S_1^{++} & S_1^{+-} \\ S_1^{-+} & S_1^{--} \end{bmatrix}, \quad S_2 = \begin{bmatrix} S_2^{++} & S_2^{+-} \\ S_2^{-+} & S_2^{--} \end{bmatrix}, \quad S_v = \begin{bmatrix} \Phi^+ & 0 \\ 0 & \Phi^- \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Les termes  $S_i^{\pm\pm}$  généralisent les coefficients de transmission de Fresnel, tandis que les termes  $S_i^{\pm\mp}$  généralisent les coefficients de réflexion de Fresnel (voir figure 4.1). Les termes  $\Phi^\pm$  sont associés aux phases de propagation du champ électromagnétique dans le vide entre les deux couches.

On montre que la loi  $\circ$  implique que les éléments de matrice  $S$  (qui sont eux-mêmes des matrices) sont donnés par [Sarrazin 2002] :

$$S^{++} = S_2^{++} \Phi^+ K S_1^{++} \quad (4.7)$$

$$S^{+-} = S_2^{+-} + S_2^{++} \Phi^+ K S_1^{+-} \Phi^- S_2^{--} \quad (4.8)$$

$$S^{-+} = S_1^{-+} + S_1^{--}\Phi^- S_2^{-+}\Phi^+ K S_1^{++} \quad (4.9)$$

$$S^{--} = S_1^{--} \left( 1 + \Phi^- S_2^{-+}\Phi^+ K S_1^{+-} \right) \Phi^- S_2^{--} \quad (4.10)$$

où

$$K = \frac{1}{1 - S_1^{+-}\Phi^- S_2^{-+}\Phi^+} \quad (4.11)$$

Dans la présente approche, on considère les modes photoniques qui couplent les deux couches matérielles, *i.e.* les modes du vide qui sont responsables de l'interaction de van der Waals retardée entre les deux couches. Dans ce cas, les pôles de  $S_1$  et  $S_2$  n'ont pas besoin d'être considérés. Maintenant, si on considère le déterminant de  $S$ , soit :

$$\det S = \det \left( S^{++} - S^{+-} [S^{--}]^{-1} S^{-+} \right) \det (S^{--}) \quad (4.12)$$

et si on considère les équations (4.7) à (4.11), on montre que les pôles qui sont uniquement associés au couplage entre les deux couches sont les pôles de  $K$ , *i.e.* les pôles donnés par :

$$\det \frac{1}{1 - S_1^{+-}\Phi^- S_2^{-+}\Phi^+} \quad (4.13)$$

Ainsi, l'équation (4.13) fournit la fonction  $f(i\xi)$  attendue. Finalement, à partir de l'équation (4.5) on peut écrire l'énergie potentielle par unité de surface  $\mathcal{U}$  :

$$\mathcal{U} = \frac{\hbar}{2\pi} \int_{BZ} \frac{d^2 k_{//}}{(2\pi)^2} \int_0^\infty d\xi \ln(\det(1 - S_1^{+-}(i\xi, \mathbf{k}_{//})\Phi^-(i\xi, \mathbf{k}_{//})S_2^{-+}(i\xi, \mathbf{k}_{//})\Phi^+(i\xi, \mathbf{k}_{//}))) \quad (4.14)$$

Dans le cadre de sa thèse, cette approche a été mise en oeuvre numériquement par Louis Dellieu qui a réalisé le code permettant de calculer les forces de van der Waals, et ce à partir du code de RCWA que j'avais moi-même développé et utilisé depuis ma thèse. Il nous a permis d'obtenir un certain nombre de résultats pertinents. Ainsi, nous avons considéré un système constitué d'une surface de polyéthylène nanostructurée. Pour un tel système, nous avons montré que le caractère antireflet des nanostructurations permettait de diminuer la contribution des modes photoniques du vide entre la surface structurée et la surface d'une goutte d'eau. Ce faisant, nous avons montré comment l'angle de contact entre une goutte d'eau et une surface nanostructurée était considérablement modifié du fait de l'altération des modes du vide disponibles. Ce travail a fait l'objet d'une publication [Dellieu *et al.* 2015b] présentée dans ce mémoire en annexes. Nous avons par ailleurs montré que ce type de structure autorisait l'apparition d'effets répulsifs [Dellieu *et al.* 2015a].

Au moment de la rédaction de ce mémoire, d'autres applications de la méthode sont développées, à la fois dans le cadre de la thèse de Louis Dellieu, mais également dans le cadre d'autres problématiques, comme celle de l'adhésion du graphène sur différents substrats par exemple. De même, plusieurs contacts ont été établis avec des équipes expérimentales afin de réaliser les structures étudiées, et ainsi de pouvoir envisager de tester nos prédictions. J'envisage également des travaux plus fondamentaux et mathématiques pour clarifier la physique liant les forces de

---

van der Waals aux fluctuations du vide.

La thématique de l'étude des forces de van der Waals dans un contexte fortement lié à l'électrodynamique et aux milieux structurés est appelée à devenir une thématique centrale me concernant.





## Chapitre 5

# Conclusions et perspectives

J’ai présenté l’évolution de mes travaux dans le domaine de l’électrodynamique des systèmes en basse dimensionnalité, en montrant comment l’étude des propriétés de transmission des réseaux optiques bidimensionnels m’avait progressivement conduit à m’intéresser à la bio-inspiration en optique, puis à la question de la conversion de l’énergie solaire en énergie utilisable, pour finir par l’étude des forces de van der Waals aux interfaces.

Il me semble important de souligner comme l’a fait T. Thio [Thio 2006], que l’étude des propriétés des structures métalliques perforées en sublongueur d’onde est appelée à jouer un rôle important dans le développement de stockage d’information en masse par des voies optiques. Dans ce contexte, mes travaux ont permis d’apporter un éclairage nouveau dans la compréhension des effets physiques en cause dans ce type de structures. Ces résultats s’inscrivent donc dans une thématique dynamique et actuelle, sur un sujet porteur quant aux applications technologiques potentielles. Ceci a conduit à la prévision de nouveaux effets confirmés ultérieurement par des équipes spécialisées au niveau expérimental, mais a aussi amené d’autres équipes à reconsidérer la portée de ces expériences.

Concernant l’étude des propriétés optiques des systèmes biologiques ou qui s’en inspirent, au-delà de l’aspect purement biophysique (*i.e.* comprendre l’intérêt de telles nanostructures dans un organisme vivant), il existe dans ces études un réel potentiel de retombées technologiques. On peut comparer cette approche à celle de l’industrie pharmaceutique qui procède à la recherche systématique de nouvelles molécules thérapeutiques dans le règne végétal. L’étude de la protection UV de l’edelweiss a fait l’objet de collaborations avec certains groupes cosmétiques. L’intérêt pratique concernant les LED est évident dans un contexte lié aux économies d’énergie. Les surfaces transparentes autonettoyantes présentent un intérêt industriel pour de nombreuses applications (vitrage pour gratte-ciel, écran tactile,...). Toutefois, suite à la disparition de Jean-Pol Vigneron en 2013, je n’ai pas souhaité prolonger mon implication dans l’étude de la biophotonique et des systèmes bio-inspirés. Ce renoncement était par ailleurs motivé par le développement de mes propres thématiques, dont celles liées à l’étude des forces de van der Waals dans les métamatériaux.

L’optimisation des procédés de conversion de l’énergie lumineuse d’origine solaire en une énergie utilisable (sous forme électrique ou thermique) est l’un des enjeux majeurs de la transi-

tion énergétique en ce début de XXI<sup>ème</sup> siècle. En dehors de la thématique des superabsorbants qui relève d'une démarche proche de l'ingénierie, l'étude d'effets souvent négligés, comme le rôle de l'incohérence de la lumière, m'est apparu comme un défi intéressant d'un point de vue théorique. Actuellement, d'autres travaux (par d'autres auteurs) tendent à prendre en compte les effets de l'incohérence de la lumière, mais *via* une approche quantique traitant de la dynamique des excitons sous l'effet d'une source lumineuse incohérente. Il était donc intéressant de faire émerger une approche de type macroscopique, indépendamment de toute approche quantique. Toutefois, il me semble que l'on gagnerait à établir un lien formel entre les deux approches. Au moment de la rédaction de ce mémoire, ce travail n'est cependant pas au coeur de mes priorités de recherche pour les raisons déjà évoquées.

Enfin, la modélisation des forces de van der Waals en lien avec la prise en compte des modes "vides" du champ électromagnétique, loin de constituer un raffinement subtil, montre au contraire des effets manifestes. Ces effets, jusqu'à présent, n'étaient pas pris en compte dans la modélisation des phénomènes de mouillabilité. Par ailleurs, l'ajustement de certains paramètres dans les approches standards dites de Cassie-Baxter ou de Wenzel (résultant d'une approche thermodynamique globale) font que ces approches relèvent au final essentiellement de l'approche phénoménologique. Nous avons essayé d'apporter un début d'élément de réponse pour essayer de combler certains manques des approches traditionnelles. Au moment de la rédaction de ce mémoire, des recherches sont entreprises, dans le cadre de la thèse de Louis Dellieu, pour démontrer expérimentalement la modification des forces de van der Waals dans les conditions décrites précédemment.

De manière spécifique, je souhaite développer, dans les années à venir, l'étude des forces de van der Waals dans la thématique de la basse dimensionnalité.

## Chapitre 6

### Publications choisies



---

## **First-principle calculation of solar cell efficiency under incoherent illumination**



# First-principle calculation of solar cell efficiency under incoherent illumination

Michaël Sarrazin<sup>†,\*</sup>, Aline Herman<sup>†</sup>, and Olivier Deparis

*Solid-State Physics Laboratory, Research Center in Physics of Matter and Radiation (PMR),  
University of Namur, 61 rue de Bruxelles, B-5000 Namur, Belgium*

Because of the temporal incoherence of sunlight, solar cells efficiency should depend on the degree of coherence of the incident light. However, numerical computation methods, which are used to optimize these devices, fundamentally consider fully coherent light. Hereafter, we show that the incoherent efficiency of solar cells can be easily analytically calculated. The incoherent efficiency is simply derived from the coherent one thanks to a convolution product with a function characterizing the incoherent light. Our approach is neither heuristic nor empiric but is deduced from first-principle, i.e. Maxwell's equations. Usually, in order to reproduce the incoherent behavior, statistical methods requiring a high number of numerical simulations are used. With our method, such approaches are not required. Our results are compared with those from previous works and good agreement is found.

<sup>†</sup>*These authors have contributed equally to this work.*

Keywords: Photovoltaic; Coherence; Computational electromagnetic methods; Spectra.

## I. INTRODUCTION

Improvement of solar cell technology as well as cost reduction is an increasingly challenging topic in the quest of renewable energy sources. One of the strategy currently followed to reduce the fabrication cost is the use of ultrathin active layers. This approach could help reducing the cost of photovoltaic technologies since a smaller quantity of material is used [1, 2]. However, reducing the thickness brings new problems. The fact that the film thickness could be much lower than the absorption length leads to a significant reduction of the absorption. Ultrathin technologies need solutions to keep solar light absorption high. One already well-known solution is the use of front-side or/and back-side surface texturing to help coupling incident light into the active layer via light trapping techniques [3–6]. The optimization of light-trapping structures (see Fig. 1(a)) in solar cell is still of high interest [7, 8]. In this approach, numerical computations are needed to investigate how electromagnetic field propagates in those devices. Usually, numerical methods used for calculating the absorption inside a solar cell (Finite-Difference Time-Domain method (FDTD) [9, 10], Rigorous Coupled Wave Analysis (RCWA) [11–14], ...) basically consider the cell response under coherent incident light. Unfortunately, it is known that the absorption of an optical device depends on the coherent or incoherent nature of the light. Coherent light leads to oscillations (such as Fabry-Perot) in the absorption spectrum. Incoherent light instead, leads to the disappearance of these oscillations due to destructive-interference effects: a fact that is well known from anyone performing measurements in solar cells. Therefore, the calculated absorption spectrum of the active layer is strongly affected by the choice of the incident source (coherent or not). Since the absorption spectrum is used to determine the photocurrent and the efficiency of solar cells [8, 15, 16], it should be recommended to use only incoherent absorption spectrum. Solar light is indeed a strongly incoherent light source: incoming waves from the sun have a finite coherence time (finite spectral width). The photocurrent  $J$  supplied by the solar cell is given by:

$$J = \frac{e}{hc} \int A(\lambda) S_G(\lambda) \lambda d\lambda \quad (1)$$

where  $A(\lambda)$  is the absorption spectrum and  $S_G(\lambda)$  the global power spectral density of the sun. In most studies, the absorption spectrum  $A(\lambda)$  is computed from numerical codes which propagate the electromagnetic field. Nevertheless, such computed  $A(\lambda)$  is calculated from coherent fields and then we write  $A(\lambda) = A_{coh}(\lambda)$ . This quantity does not correspond to the required effective incoherent absorption  $A_{incoh}(\lambda)$  experienced by the solar cell. In order to theoretically predict the performance of a solar cell, it is therefore very important to improve numerical methods and to take incoherent incident light into account, i.e. to use  $A(\lambda) = A_{incoh}(\lambda)$  in Eq. (1).

It must be noted that, as far as the propagation of the electric field of incident optical radiation is concerned, a solar cell, whatever the complexity of its structure is, behaves as a linear system (thanks to Maxwell equations),

---

\*Electronic address: michael.sarrazin@unamur.be



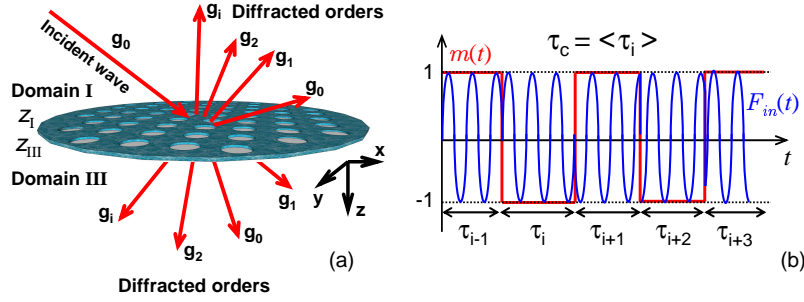


FIG. 1: (a) Sketch of a light trapping diffracting structure ( $Z_I < z < Z_{III}$ ) with many diffraction orders. Domains *I* and *III* are respectively the incident and emergence media. (b) Model of field amplitude  $F_{in}(t)$  for the incoherent monochromatic incident light.  $m(t)$  is the corresponding modulation which characterizes the random phase switching at different times  $\tau_i$ .  $\tau_c$  is the coherence time, equal to the average value  $\langle \tau_i \rangle$ .

which is fully characterized by its scattering matrix (see Appendix A). However, as soon as energy fluxes need to be calculated, linearity does not stand anymore since the intensity (Poynting vector flux) is proportional to the electric field squared, i.e.  $I \propto \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* = |\mathbf{E}|^2$ . The way the square modulus of the fields enters into the calculation of the absorption (reflectance, transmittance) of the system is far from being trivial (see, for example, the case of RCWA method, in Appendix B). In any case, there exists no transfer function relating *linearly* the solar cell absorption to the incident Poynting vector flux. The fact that the relevant quantities (absorbed flux, photocurrent,...) do not obey the superposition principle (since  $I \propto |\mathbf{E}|^2$ ) prevents us from applying common principles of the linear response theory [17]. In particular, the incoherent response cannot be treated in the same way as the coherent one, a fact that is known for long time in optics [18], at least for simple cases, such as thin films.

In order to overcome this limitation, numerical solutions have been proposed for modeling incoherent processes [19–27]. Basically, light propagation is computed many times for various incident waves, and the final result relies on a global numerical statistical analysis. Many recipes and algorithms have been proposed to achieve this task. Nevertheless, in the present article, we show that it is not necessary to upgrade numerical codes or to perform time consuming statistical analysis in order to deal with incoherent light. Indeed, the efficiency of solar cells under incoherent light illumination can be analytically calculated from the coherent response computed with usual numerical codes, as explained hereafter. Results obtained with our method are compared with those from previous studies.

## II. INCOHERENT ABSORPTION

When the active domain of a solar cell is illuminated by a coherent monochromatic light, a steady state is reached in which the intensity of the electromagnetic field  $|\mathbf{E}(\omega, \mathbf{r})|^2$  exhibits a typical stationary pattern. The absorption coefficient  $A_{coh}(\omega)$  is then given by [18]:

$$A_{coh}(\omega) = -\frac{\varepsilon_0 \omega}{2P_{in}} \int_V \varepsilon''(\omega, \mathbf{r}) |\mathbf{E}(\omega, \mathbf{r})|^2 d^3r \quad (2)$$

where  $\varepsilon''(\omega, \mathbf{r})$  is the imaginary part of the permittivity of the active medium of the solar cell and  $P_{in}$  is the power of the incident light.  $V$  is the volume of the active domain. By contrast, if the light is incoherent, the incident electromagnetic field exhibits a time-dependent fluctuating behaviour with a characteristic time  $\tau_c$ , defined as the coherence time of the incident light. Therefore, light inside the active volume cannot exhibit the same constructive interference pattern as in the fully coherent case: incoherence affects the way the light propagates. In addition, a specific medium mainly interacts with light through electronic and ionic motions of its components. As a consequence, the response of a medium to an incident electromagnetic wave is not instantaneous and occurs with a given response time  $T$  related to dielectric relaxation time and/or to charge carrier generation and recombination. If  $\tau_c \ll T$ , then the medium undergoes many different field intensity patterns during the characteristic time  $T$ . As a result, the absorption and the generated photocurrent both fluctuate in time. The effective incoherent absorption  $A_{incoh}(\omega)$  (and the photocurrent) is the time averaged value during a typical time about  $T$  (see appendix A).

It is important to point out that the incoherent absorption  $A_{incoh}(\omega)$  is physically different from the coherent one  $A_{coh}(\omega)$ . Indeed,  $A_{coh}(\omega)$  can be considered as an intrinsic property of the solar cell which only depends on its geometry and on its constitutive materials. By contrast,  $A_{incoh}(\omega)$  reflects the effective measured response of the

solar cell while it interacts with its environment, i.e. for instance when the photocurrent is produced and flows in a closed electrical circuit.

In a numerical computation approach, the absorption coefficient  $A$  can be obtained from at least two ways. In FDTD for instance, Eq. (2) can be used as such, since maps of the electromagnetic field are directly computed. In RCWA, reflection  $R$  and transmission  $T$  are calculated and  $A$  is deduced from  $A = 1 - R - T$ . In the following, we consider a RCWA formalism of the light propagation (see appendix B), and we use it to determine the effective incoherent absorption  $A_{incoh}(\omega)$  (see Appendix A). The main results of Appendix A are summarized hereafter.

Let us consider an incoherent radiation spectrum, the solar spectrum for instance. Such a spectrum can be considered as constituted by an infinite set of incoherent quasi-monochromatic spectral lines, each line being expressed by the temporal signal:

$$|F_{in}(t)\rangle = m(t)e^{-i\omega_c t} |F_{in}^{(0)}\rangle. \quad (3)$$

The bracket notation denotes the fact that  $|F_{in}(t)\rangle$  is a supervector which contains the time-dependent complex Fourier components related to each diffraction orders (see Appendix B).  $|F_{in}^{(0)}\rangle$  describes the incident wave amplitudes, assumed to be non zero only for the zeroth diffraction order (see Fig. 1(a) and Appendix B).  $\omega_c$  is the angular frequency. The function  $m(t)$  is a modulation which ensures the incoherent behaviour of the spectral line.  $m(t)$  is a stochastic function which has an average time fluctuation equal to the coherence time  $\tau_c$ . As an illustration, a simple but non-restrictive modulation is shown in Fig. 1(b). The autocorrelation function of a random process has a spectral representation given by the power spectrum of that process (Wiener Kinchine's theorem) [17]. The function  $m(t)$  can therefore be characterized by its spectral density:

$$D(\omega) = |m(\omega)|^2 \quad (4)$$

with  $m(\omega) = \int m(t)e^{i\omega t} dt$ . We then introduce the normalized incoherence function  $I(\omega)$ ,

$$I(\omega) = \frac{D(\omega)}{\int D(\omega) d\omega} \quad (5)$$

which characterizes the incoherence of incident light. Assuming that  $m(t)$  describes a random process which follows a Gaussian distribution, the incoherent source illuminating the device is characterized by a Gaussian spectral density  $D(\omega)$ . As a result, the incoherence function is simply written as:

$$I(\omega) = \tau_c \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi^3}} e^{-\frac{\ln 2}{\pi^2} \tau_c^2 \omega^2} \quad (6)$$

with a Full Width at Half Maximum  $\Delta\omega = 2\pi/\tau_c$ . Though the coherence time is estimated from the solar spectrum, it must be noted that  $D(\omega)$  is not a model of the solar spectrum.  $D(\omega)$  simply describes the stochastic behaviour of each spectral line composing the whole solar spectrum itself.

It can then be shown (see Appendix A) that the incoherent absorption  $A_{incoh}(\omega)$  results from the convolution product, noted  $\star$ , between the coherent absorption  $A_{coh}(\omega)$  and the incoherence function  $I(\omega)$ :

$$A_{incoh}(\omega) = I(\omega) \star A_{coh}(\omega). \quad (7)$$

This extremely simple formula is easy to use in practice. But its demonstration is not obvious and is therefore detailed in Appendix A. Eq. (7) can also be used to compute incoherent reflection and transmission spectra from their coherent counterparts (see appendix A).

### III. NUMERICAL APPLICATION

In order to illustrate the usefulness of the convolution formula, i.e. Eq. (7), we use it for the calculation of the incoherent absorption of a 500 nm-thick crystalline silicon (c-Si) slab either planar (see Fig. 2(a)) or corrugated (see Fig. 2(b)).

The first step is the numerical calculation of the coherent absorption using the RCWA method (see Fig. 2, red lines). In the RCWA simulations, we use unpolarized light at normal incidence, where the  $(x, z)$  plane is the plane of incidence (polar and azimuthal angles equal to 0) (see Fig. 1(a)). The permittivities of materials are taken from the

literature [28]. The second step is the convolution of the coherent absorption spectrum with the incoherence function  $I(\omega)$ . This step leads to the incoherent absorption spectra.

The first step is the longest one. For example, using 225 orders of diffraction (15 plane waves along the  $x$  direction and 15 plane waves along the  $y$  direction), it takes a few hours. The second step is very fast. It takes only a few minutes on a personal computer. It is an important improvement in terms of computational time, in comparison with other computational methods [19–27]. In these methods, the first step is performed several times for various incident waves, and the final result relies on a global numerical statistical analysis. Five different coherence times are considered here (95 fs, 41 fs, 20 fs, 10 fs and 5 fs). These values are chosen according to the ones used by W. Lee and coworkers in a previous work [26].

In the case of a planar slab, computed spectra are compared with the approximate incoherent absorption spectrum obtained from a standard analytical expression of the absorption using Fresnel equations [18], but in which propagation phases are roughly set to zero to mimic incoherence (orange curve in Fig. 2(a)). We note that this kind of analytical expression must be considered carefully in the present case. Indeed, such an expression considers the effect of incoherence on light propagation only and does not consider the incoherent response of the permittivities of the materials, contrary to our present approach using convolution (see appendix A). In spite of that, both spectra (orange and black curves in Fig. 2(a)) are quite similar, which validates our method (in our method, the incoherence limit is approached by taking  $\tau_c = 5$  fs). The weak discrepancies are due to the absence of incoherent permittivity response in the Fresnel approach.

We also reproduced some results reported in the literature [26]. Two structures were studied under TM polarization. The first one is a 225 nm-thick film of crystalline silicon (c-Si), deposited on a 75 nm-thick layer of Gold (Au) on a glass substrate. The second one is a 250 nm-thick c-Si film deposited on a gold grating on a glass substrate. The gold grating has a height of 50 nm, a period of 400 nm and a fill factor of 0.5. The grating is built on a 50 nm-thick gold layer. A sketch of both structures can be found in [26]. The results obtained with the convolution formula are presented in Fig. 3 and can be compared with those shown in figures 2 and 4 in [26]. Some small discrepancies are observed, which are due to the fact that we did not use the same numerical method (RCWA vs FDTD). However, our results give the same trends as the results obtained by W. Lee *et al.* It is therefore possible to account for the light incoherence with a simple method, which does not require long computational times contrary to other previously reported methods.

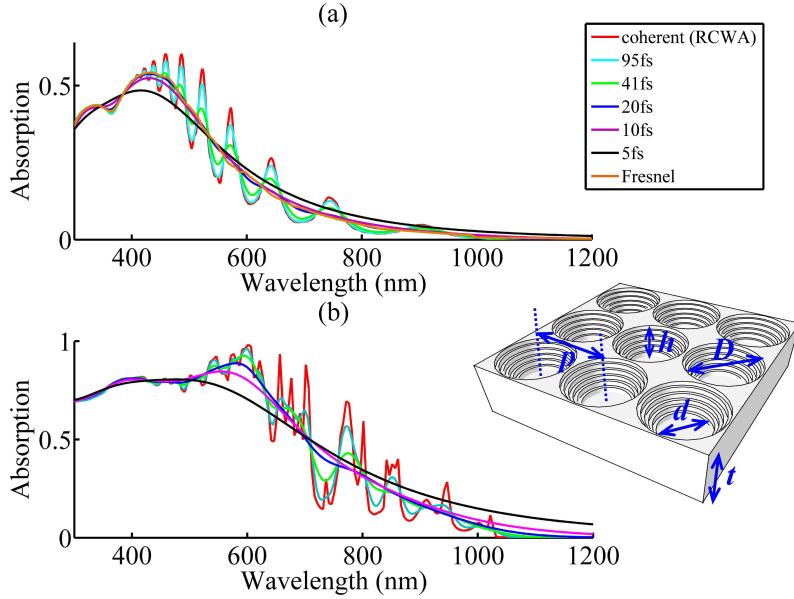


FIG. 2: Simulation of the absorption spectra of planar and corrugated 500 nm-thick c-Si slabs. The coherent spectra were obtained using RCWA and the incoherent ones using our convolution formula, Eq. (7). (a) Absorption spectra of the planar slab according to various coherence times. (b) Absorption spectra of the corrugated slab according to various coherence times. Inset: corrugated structure ;  $p = 500$  nm,  $t = 500$  nm,  $h = 300$  nm,  $D = 450$  nm,  $d = 320$  nm. The structure follows a super-Gaussian profile with  $m = 3$  (see Ref. [8]).

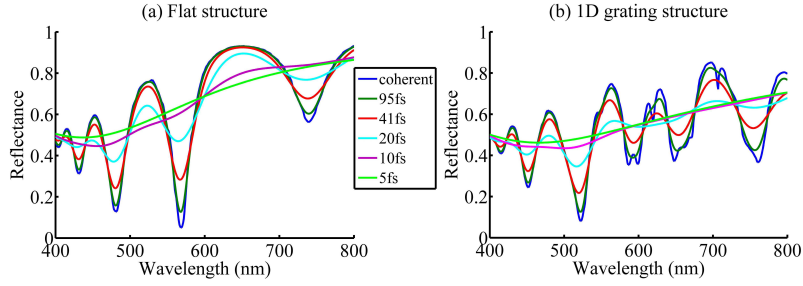


FIG. 3: Comparison between the coherent spectra obtained with the RCWA method (blue lines) and incoherent spectra with various coherence times, for planar and grating structures, defined in [26]. (a) Reflectance spectrum of an unpatterned c-Si layer (225 nm) deposited on a 75 nm-thick Au film on a glass substrate. (b) Reflectance spectrum of the whole grating structure.

| $\tau_c (fs)$ | $j_{sc} (mA/cm^2)$ |
|---------------|--------------------|
| coherent      | 20.69              |
| 95            | 20.70              |
| 41            | 20.75              |
| 20            | 20.81              |
| 10            | 20.93              |
| 5             | 21.16              |
| 3             | 21.14              |
| 2.5           | 21.01              |

TABLE I: Computed photocurrents related to the corrugated device of Fig. 2(b) for various coherence times. Photocurrent was integrated over the spectral range: 300 nm - 1200 nm.

Coming back to Fig. 2, the absorption spectra of a three-dimensional corrugated 500 nm-thick c-Si slab were calculated using the same method as for the planar slab. The corrugation follows a super-Gaussian profile such as the one defined in [8] ( $m = 3$ ). The period of the corrugation is 500 nm and its height is 300 nm. The absorption spectra according to various coherence times are shown in Fig. 2(b). We notice that the value of the coherence time affects the absorption spectrum. The highest coherence time (here 95 fs) leads to the strongest oscillations in the spectrum. Physically, these oscillations are due to Fabry-Perot resonances (in the thin-slab) and to guided mode resonances (enabled by the corrugation). With the decrease of  $\tau_c$ , these oscillations are expected to be smoothed which is actually observed when  $\tau_c < 20$  fs. This smoothing effect is indeed observed when measuring absorption spectra with an incoherent source.

We finally calculated the photocurrent of the corrugated slab, according to Eq. (1) (see Table I). The aim was to quantify the effect of the coherence time on the value of the photocurrent. The photocurrent fluctuates as the coherence time varies. As expected, the incoherent light behaviour affects both the absorption spectrum and the photocurrent.

#### IV. CONCLUSION

We demonstrated that reflection, transmission, and absorption spectra of a photonic structure illuminated with incoherent light can be easily calculated. The only input is the knowledge of their coherent counterparts and of the coherence time of the source (used to determine the incoherence function). The incoherent response is simply the convolution between a function accounting for the incoherent source and the coherent response. This result is theoretically demonstrated from first principle and is confirmed by numerical simulations. In analogy with signal processing theory, it can be interpreted as the consequence, in the frequency domain, of the temporal filtering associated with the intrinsic incoherent modulation. The proposed method allows to significantly simplify the description of incoherent phenomena which are regarded as key problem in solar cells optimization. The inherent simplicity of our method allows to minimize the computational time cost and the algorithm complexity. Reflection, transmission, and absorption spectra, but also the photocurrent, were shown to depend on the coherence time.

## Appendix A: Appendix: Demonstration of the convolution formula

### 1. Scattering matrix as response function

The following demonstration is based on the formalism of the Rigorous Coupling Wave Analysis (RCWA) [11–14]. This analysis takes into account the periodicity of the device and describes the permittivity ( $\epsilon$ ) through Fourier series. The electromagnetic field is then described by Bloch waves also expanded in Fourier series. In this formalism, the Maxwell's equations take the form of a matricial first-order differential equation in the  $z$  variable. The  $z$  axis is perpendicular to the plane ( $x, y$ ) where the permittivity is periodic (Fig. 1(a)). The essence of the method is to solve this equation but is not the topic of the present article.

Reflected and transmitted field amplitudes are linked to the incident field amplitudes by the use of the scattering matrix ( $S$ ) which is calculated by solving Maxwell equations using Fourier series (see Appendix B). Let us define  $F_{scat}$  as the scattered field and  $F_{in}$  as the incident field, such that the associated supervectors are:

$$|F_{scat}\rangle = \begin{bmatrix} \overline{N}_{III}^+ \\ \overline{X}_{III}^+ \\ \overline{N}_I^- \\ \overline{X}_I^- \end{bmatrix}, |F_{in}\rangle = \begin{bmatrix} \overline{N}_I^+ \\ \overline{X}_I^+ \\ \overline{N}_{III}^- \\ \overline{X}_{III}^- \end{bmatrix}. \quad (\text{A.1})$$

The subscripts  $I$  and  $III$  denote the incidence and emergence media, respectively. The superscripts  $+$  and  $-$  denote the positive and negative directions along the  $z$  axis associated with the field propagation. All the Fourier components related to the reciprocal vectors  $\mathbf{g}$  are contained in the vector  $\overline{N}$  or  $\overline{X}$ . For each vector  $\mathbf{g}$  of the reciprocal lattice,  $N_{I,\mathbf{g}}^-$  and  $X_{I,\mathbf{g}}^-$  are the  $s$  and  $p$  polarization amplitudes of the reflected field, respectively.  $N_{III,\mathbf{g}}^+$  and  $X_{III,\mathbf{g}}^+$  represent the  $s$  and  $p$  polarization amplitudes of the transmitted field. Accordingly,  $N_{I,0}^+$  and  $X_{I,0}^+$  define the  $s$  and  $p$  polarization amplitudes of the incident field, respectively.  $F_{scat}$  is connected to  $F_{in}$  via the scattering matrix by:

$$S(\omega) |F_{in}(\omega)\rangle = |F_{scat}(\omega)\rangle. \quad (\text{A.2})$$

The flux  $J$  of the Poynting vector through a unit cell area  $\sigma$  for the incident plane wave in homogeneous medium  $I$  is given by:

$$J_{in} = \sigma \frac{1}{2} \varepsilon_0 c \sqrt{\varepsilon_I} \cos \theta \langle F_{in}(\omega) | F_{in}(\omega) \rangle. \quad (\text{A.3})$$

For the refracted ( $X = R$ ) or transmitted ( $X = T$ ) wave, it is given by

$$J_X = \langle F_{scat}(\omega) | C_X^\dagger(\omega) C_X(\omega) | F_{scat}(\omega) \rangle, \quad (\text{A.4})$$

where we define the connection matrices

$$C_T(\omega) = \begin{bmatrix} Q_{III}(\omega) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_{III}(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, C_R(\omega) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_I(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_I(\omega) \end{bmatrix}, \quad (\text{A.5})$$

with

$$Q_{I(III)}(\omega) = \begin{bmatrix} \dots & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{\frac{\sigma}{2\mu_0\omega}} \text{Re} \{k_{I(III),\mathbf{g},z}\} & 0 \\ 0 & 0 & \dots \end{bmatrix}. \quad (\text{A.6})$$

In (A.6),  $k_{u,\mathbf{g},z} = [(\varepsilon_u(\frac{\omega}{c})^2 - |\mathbf{k}_{//} + \mathbf{g}|^2)]^{1/2}$  with  $\mathbf{k}_{//}$  and  $\omega$  being the wave vector component parallel to the surface and the pulsation of the incident plane wave, respectively.  $\varepsilon_u$  represents either the permittivity of the incident medium ( $\varepsilon_I$ ), or of the emergence medium ( $\varepsilon_{III}$ ). We now introduce a convenient notation:

$$J_X = \langle F_X(\omega) | F_X(\omega) \rangle, \quad (\text{A.7})$$

where

$$|F_X(\omega)\rangle = S_X(\omega) |F_{in}(\omega)\rangle, \quad (\text{A.8})$$

with

$$S_X(\omega) = C_X(\omega) S(\omega). \quad (\text{A.9})$$

## 2. R, T, A coefficients for a coherent monochromatic incident wave

Let us first consider a coherent monochromatic incident wave:

$$|F_{in}(t)\rangle = |F_{in}^{(0)}\rangle e^{-i\omega_c t} \quad (\text{A.10})$$

with an (optical) angular frequency  $\omega_c$ . The response  $|F_X(t)\rangle$  of the device is given by [17]

$$|F_X(t)\rangle = S_X(t) \star |F_{in}(t)\rangle \quad (\text{A.11})$$

where  $\star$  denotes the convolution product. The response can then be written explicitly as:

$$\begin{aligned} |F_X(t)\rangle &= \int S_X(t-t') e^{-i\omega_c t'} dt' |F_{in}^{(0)}\rangle \\ &= e^{-i\omega_c t} S_X(\omega_c) |F_{in}^{(0)}\rangle, \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

where

$$S_X(\omega_c) = \int S_X(t') e^{i\omega_c t'} dt' \quad (\text{A.13})$$

is the Fourier transform of  $S_X$  scattering matrix defined in (A.9). We note that  $S_X(-\omega_c) = S_X^*(\omega_c)$  since  $S_X(t)$  must be real.

From (A.12), we set

$$|F_X(t)\rangle = |F_X^{(0)}\rangle e^{-i\omega_c t}, \quad (\text{A.14})$$

with

$$|F_X^{(0)}\rangle = S_X(\omega_c) |F_{in}^{(0)}\rangle. \quad (\text{A.15})$$

We remind here that  $X$  stands either for the reflected ( $R$ ) or the transmitted ( $T$ ) wave. Reflection  $R_{coh}$  and transmission  $T_{coh}$  coefficients associated with a coherent process can be obtained thanks to:

$$R_{coh}(\omega_c) = \frac{J_R}{J_{in}} = \frac{\langle F_R^{(0)} | F_R^{(0)} \rangle}{J_{in}} = \frac{\langle F_{in}^{(0)} | S_R^\dagger(\omega_c) S_R(\omega_c) | F_{in}^{(0)} \rangle}{J_{in}}, \quad (\text{A.16})$$

and

$$T_{coh}(\omega_c) = \frac{J_T}{J_{in}} = \frac{\langle F_T^{(0)} | F_T^{(0)} \rangle}{J_{in}} = \frac{\langle F_{in}^{(0)} | S_T^\dagger(\omega_c) S_T(\omega_c) | F_{in}^{(0)} \rangle}{J_{in}}. \quad (\text{A.17})$$

The absorption  $A_{coh}$  is then simply given by the energy conservation law: i.e.  $A_{coh} = 1 - R_{coh} - T_{coh}$ . The incident Poynting flux  $J_{in}(t)$ , i.e.

$$\begin{aligned} J_{in}(t) &= \sigma \frac{1}{2} \varepsilon_0 c \sqrt{\varepsilon_I} \cos \theta \langle F_{in}(t) | F_{in}(t) \rangle \\ &= \sigma \frac{1}{2} \varepsilon_0 c \sqrt{\varepsilon_I} \cos \theta \langle F_{in}^{(0)} | F_{in}^{(0)} \rangle, \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

turns out to be time independent (see Eq. (B.13) in Appendix B). Therefore, the time-averaged incident flux  $J_{in}$  is identical to  $J_{in}(t)$

$$J_{in} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} J_{in}(t) dt = \sigma \frac{1}{2} \varepsilon_0 c \sqrt{\varepsilon_I} \cos \theta \langle F_{in}^{(0)} | F_{in}^{(0)} \rangle \equiv J_{in}(t). \quad (\text{A.19})$$

This result is only valid as far as the incident wave is coherent.

### 3. R, T, A coefficients for an incoherent monochromatic incident wave

Let us now consider an incoherent quasi-monochromatic incident wave:

$$|F_{in}(t)\rangle = \left| F_{in}^{(0)} \right\rangle m(t) e^{-i\omega_c t}. \quad (\text{A.20})$$

By quasi monochromatic, we mean that the spectral line has a finite though narrow spectral width. As explained in the present article, the function  $m(t)$  is a modulation which ensures the incoherent behaviour. On average,  $m(t)$  has a coherence time equal to  $\tau_c$  (see Fig. 1(b)). Thanks to the Wiener-Khinchine theorem, the autocorrelation function of a random process has a spectral decomposition given by the power spectrum of that process[17]. The function  $m(t)$  is then equally characterized by its spectral density:

$$D(\omega) = |m(\omega)|^2, \quad (\text{A.21})$$

where

$$m(\omega) = \int m(t) e^{i\omega t} dt \quad (\text{A.22})$$

is the Fourier transform of  $m(t)$ .

The device response is then calculated by the same convolution product as in (A.11):

$$\begin{aligned} |F_X(t)\rangle &= S_X(t) \star |F_{in}(t)\rangle \\ &= \left| F_X^{(0)}(t) \right\rangle e^{-i\omega_c t} \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

where  $X$  again stands for the reflected ( $R$ ) or transmitted ( $T$ ) wave but now

$$\left| F_X^{(0)}(t) \right\rangle = U_X(t) \left| F_{in}^{(0)} \right\rangle, \quad (\text{A.24})$$

with

$$U_X(t) = m(t) \star S_X(t) e^{i\omega_c t}. \quad (\text{A.25})$$

#### a. Effective response approach

Upon incoherent illumination, the device with its structure and combination of various materials undergoes a set of many incident wave trains randomly dephased with respect to each other. These wave trains have the same pulsation  $\omega_c$  and an average duration equal to the coherence time  $\tau_c$ . The coherence time plays a key role while light propagates since it prevents constructive interferences from taking place. But it also changes the way matter responds to light. Indeed, a specific medium mainly interacts with light thanks to electronic and ionic motions of its components. As a consequence, the response of a medium to an incident electromagnetic wave is not instantaneous and occurs according to the dielectric relaxation time. If the incoherence time  $\tau_c$  is short enough in comparison with the relaxation time, the medium response is not coherent. In this case, the medium response is not simply given by the value of the permittivity at  $\omega = \omega_c$ .

In this way, we must consider that the full response of the medium is a time averaged value of the response recorded during a typical time about  $T_c$  such that  $T_c \gg \tau_c$ . The time  $T_c$  is the sampling time interval [26] which reflects the non-instantaneity of any measurement process. For instance, a spectrophotometric measurement is characterized by such a sampling time. Likewise, the photocurrent of a solar cell is a measure of the response of the solar cell to the incident light. In this context, the sampling time corresponds to the recombination/generation time of charged carriers (carrier lifetime). For instance, in silicon, carrier lifetime ranges from 0.1 ns to 1 ms according to the doping density [29]. These delays are very large compared to the coherence time of sunlight, which is about 3 fs [30]. Therefore, the condition  $T_c \gg \tau_c$  is well verified in solar cells.

The flux of the Poynting vector for an incoherent incident light  $J_{X,inc}$  is given by [26]:

$$J_{X,inc} = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} J_X(t) dt. \quad (\text{A.26})$$

The integral can be easily expressed according to the Fourier transform of  $J_X(t)$ , noted  $J_X(\omega)$ :

$$J_{X,incoh} = \int_{-\infty}^{\infty} J_X(\omega) \left( \frac{1}{2\pi} \frac{\sin(\omega T_c/2)}{\omega T_c/2} \right) d\omega. \quad (\text{A.27})$$

We note that

$$\lim_{T_c \rightarrow +\infty} \frac{T_c}{2\pi} \frac{\sin(\omega T_c/2)}{\omega T_c/2} = \delta(\omega), \quad (\text{A.28})$$

where  $\delta$  is the Dirac distribution. Since  $T_c \gg \tau_c$ ,  $J_X(\omega)$  should have a frequency distribution spreading over  $\Delta\omega \sim 1/\tau_c$  around zero frequency, quite comparable to  $D(\omega)$ , the spectral density of the random process. We can therefore assume that the angular frequencies  $\omega$  for which  $J_X(\omega)$  is significantly different from zero are such that  $T_c \gg 1/\omega$ , i.e.  $T_c \rightarrow +\infty$  roughly speaking. We can then fairly consider the following substitution:  $(1/2\pi) \sin(\omega T_c/2) / (\omega T_c/2) \rightarrow (1/T_c) \delta(\omega)$ . As a result, we get:

$$J_{X,incoh} \sim \frac{1}{T_c} J_X(\omega = 0). \quad (\text{A.29})$$

#### b. Incoherent response

Since, using (A.24), we have ( $\dagger$  sign denotes the adjoint matrix, i.e. the conjugate transpose of the matrix)

$$J_X(t) = \left\langle F_X^{(0)}(t) \middle| F_X^{(0)}(t) \right\rangle = \left\langle F_{in}^{(0)} \middle| U_X^\dagger(t) U_X(t) \middle| F_{in}^{(0)} \right\rangle, \quad (\text{A.30})$$

we can then deduce from Eqs. (A.25), (A.29) and (A.30):

$$J_{X,incoh} = \frac{1}{T_c} \left\langle F_{in}^{(0)} \middle| I_X(\omega = 0) \middle| F_{in}^{(0)} \right\rangle \quad (\text{A.31})$$

where

$$\begin{aligned} I_X(\omega) &= \int U_X^\dagger(t) U_X(t) e^{i\omega t} dt \\ &= \frac{1}{2\pi} U_X^\dagger(\omega) \star U_X(\omega). \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

From (A.25), we deduce that  $U_X(\omega) = m(\omega) S_X(\omega + \omega_c)$  and  $U_X^\dagger(\omega) = m(\omega) S_X^t(\omega - \omega_c)$ , where  $t$  sign denotes the transpose of the matrix. Then, (A.32) becomes:

$$I_X(\omega) = \frac{1}{2\pi} m(\omega) S_X^\dagger(\omega - \omega_c) \star m(\omega) S_X(\omega + \omega_c), \quad (\text{A.33})$$

from which, by writing explicitly the convolution product, one deduces

$$I_X(\omega = 0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} m(-\omega') S_X^t(-\omega_c - \omega') m(\omega') S_X(\omega' + \omega_c) d\omega'. \quad (\text{A.34})$$

Since  $m(-\omega') = m^*(\omega')$  and  $S_X^t(-\omega_c - \omega') = S_X^\dagger(\omega' + \omega_c)$ , one obtains:

$$I_X(\omega = 0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |m(\omega_c - \omega')|^2 S_X^\dagger(\omega') S_X(\omega') d\omega'. \quad (\text{A.35})$$

Then, using Eqs. (A.21) and (A.31), we can deduce

$$J_{X,incoh} = \frac{1}{2\pi T_c} \int_{-\infty}^{\infty} D(\omega_c - \omega') \left\langle F_{in}^{(0)} \middle| S_X^\dagger(\omega') S_X(\omega') \middle| F_{in}^{(0)} \right\rangle d\omega'. \quad (\text{A.36})$$



## c. Incident flux

Let us estimate the flux of the incident incoherent wave  $J_{in, incoh}$ . For a non dispersive incident medium, we get:

$$\begin{aligned} J_{in, incoh}(t) &= \sigma \frac{1}{2} \varepsilon_0 c \sqrt{\varepsilon_I} \cos \theta \langle F_{in}(t) | F_{in}(t) \rangle \\ &= \sigma \frac{1}{2} \varepsilon_0 c \sqrt{\varepsilon_I} \cos \theta |m(t)|^2 \langle F_{in}^{(0)} | F_{in}^{(0)} \rangle. \end{aligned} \quad (\text{A.37})$$

Following the same argument as in section A 3 a, at a given angular frequency  $\omega_c$ , we assume that the effective flux impinging on the device  $J_{in, incoh}$  is given by the time average:

$$\begin{aligned} J_{in, incoh} &= \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} J_{in, incoh}(t) dt \\ &= J_{in} \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} |m(t)|^2 dt \end{aligned} \quad (\text{A.38})$$

where  $J_{in}$  is the incident flux for the coherent wave, see Eq. (A.19). Using the same calculation as in section A 3 a for estimating the time average, one deduces:

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} |m(t)|^2 dt &= \frac{1}{T_c} \frac{1}{2\pi} m^*(\omega) \star m(\omega) |_{\omega=0} \\ &= \frac{1}{2\pi T_c} \int_{-\infty}^{\infty} D(\omega) d\omega. \end{aligned} \quad (\text{A.39})$$

As a consequence, one gets:

$$J_{in, incoh} = J_{in} \frac{1}{2\pi T_c} \int_{-\infty}^{\infty} D(\omega) d\omega. \quad (\text{A.40})$$

## d. R, T, A coefficients

Reflection  $R(\omega_c)$  and transmission  $T(\omega_c)$  coefficients can always be written as the ratio of a scattered flux to the incident flux, i.e.  $X_{incoh}(\omega_c) = J_{X, incoh} / J_{in, incoh}$ . Then, from (A.36) and (A.40), we can deduce

$$X_{incoh}(\omega_c) = \frac{1}{\int_{-\infty}^{\infty} D(\omega) d\omega} \int D(\omega_c - \omega') \frac{\langle F_{in}^{(0)} | S_X^\dagger(\omega') S_X(\omega') | F_{in}^{(0)} \rangle}{J_{in}} d\omega', \quad (\text{A.41})$$

since  $J_{in}$  does not depend on  $\omega$ . For the coherent case, we showed previously (A.16-A.17) that

$$X_{coh}(\omega') = \frac{\langle F_{in}^{(0)} | S_X^\dagger(\omega') S_X(\omega') | F_{in}^{(0)} \rangle}{J_{in}}. \quad (\text{A.42})$$

Therefore, the incoherent response can be expressed as a function of the coherent one:

$$\begin{aligned} X_{incoh}(\omega_c) &= \int_{-\infty}^{\infty} I(\omega_c - \omega') X_{coh}(\omega') d\omega' \\ &= I(\omega_c) \star X_{coh}(\omega_c) \end{aligned} \quad (\text{A.43})$$

where

$$I(\omega) = \frac{D(\omega)}{\int_{-\infty}^{\infty} D(\omega) d\omega} \quad (\text{A.44})$$

is the normalized spectral density of  $m(t)$ . As the quantity  $X$  stands for  $R$  and  $T$  (reflection and transmission coefficients) and since the absorption  $A$  is defined by  $A = 1 - R - T$ , we can deduce the main result of our first principle calculation, i.e. Eq. (7), that is the absorption  $A_{incoh}(\omega)$  resulting from an incoherent scattering process can be related to the same quantity resulting from a coherent scattering process, i.e.  $A_{coh}(\omega)$ . The two quantities are related through a convolution product which involves the normalized spectral density of  $m(t)$ , i.e. the incoherence function.

## Appendix B: Appendix: Coupled waves analysis (RCWA) formalism

The reader will find more details about the present approach in references [12–14]. We consider as an example a planar dielectric layer with a bidimensional periodic array described by the dielectric function:

$$\varepsilon(\rho, \omega) = \sum_{\mathbf{g}} \varepsilon_{\mathbf{g}}(\omega) e^{i\mathbf{g} \cdot \rho}. \quad (\text{B.1})$$

In the layer, the dielectric function does not depend on the normal coordinate  $z$ , which is used to define the layer thickness, i.e. the layer extends from  $z = Z_I$  to  $z = Z_{III}$  (Fig. 1(a)). One sets  $\rho = x_1 \mathbf{a}_1 + x_2 \mathbf{a}_2$ , according to the unit cell basis  $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2)$ . In such a system, Bloch's theorem leads to the following electromagnetic field expression in the layer [12–14]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{bmatrix} = \sum_{\mathbf{g}} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{\mathbf{g}}(z) \\ \mathbf{H}_{\mathbf{g}}(z) \end{bmatrix} e^{i(\mathbf{k}+\mathbf{g}) \cdot \rho} e^{-i\omega t}. \quad (\text{B.2})$$

It can then be easily shown that Maxwell equations can be recasted in the form of a first-order differential equation system [12–14],

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} \overline{E}_{//}(z) \\ \overline{H}_{//}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & A \\ \tilde{A} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{E}_{//}(z) \\ \overline{H}_{//}(z) \end{bmatrix}, \quad (\text{B.3})$$

where  $\overline{E}_{//}$  and  $\overline{H}_{//}$  are the electric and magnetic field components parallel to the layer surface. In the layer, one can then write [12–14]:

$$\begin{bmatrix} \overline{E}_{//}(z_I) \\ \overline{H}_{//}(z_I) \end{bmatrix} = \exp \left\{ \begin{bmatrix} 0 & A \\ \tilde{A} & 0 \end{bmatrix} (z_I - z_{III}) \right\} \begin{bmatrix} \overline{E}_{//}(z_{III}) \\ \overline{H}_{//}(z_{III}) \end{bmatrix}. \quad (\text{B.4})$$

Let us define the following unit vectors [12–14]:

$$\mu_{I,\mathbf{g}} = \frac{k_{I,\mathbf{g},z}}{\sqrt{\varepsilon_I} \frac{\omega}{c}} \frac{\mathbf{k} + \mathbf{g}}{|\mathbf{k} + \mathbf{g}|}, \quad (\text{B.5})$$

$$\eta_{\mathbf{g}} = \frac{\mathbf{k} + \mathbf{g}}{|\mathbf{k} + \mathbf{g}|} \times \mathbf{e}_z, \quad (\text{B.6})$$

$$\chi_{I,\mathbf{g}}^{\pm} = \mp \mu_{I,\mathbf{g}} + \frac{|\mathbf{k} + \mathbf{g}|}{\sqrt{\varepsilon_I} \frac{\omega}{c}} \mathbf{e}_z. \quad (\text{B.7})$$

One can then expand the electric and magnetic fields (parallel components) in Fourier series [12–14]:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_I(\rho, z) = & \sum_{\mathbf{g}} [N_{I,\mathbf{g}}^+ \eta_{\mathbf{g}} e^{ik_{I,\mathbf{g},z}(z-z_I)} \\ & + N_{I,\mathbf{g}}^- \eta_{\mathbf{g}} e^{-ik_{I,\mathbf{g},z}(z-z_I)} \\ & + X_{I,\mathbf{g}}^+ \chi_{I,\mathbf{g}}^+ e^{ik_{I,\mathbf{g},z}(z-z_I)} \\ & + X_{I,\mathbf{g}}^- \chi_{I,\mathbf{g}}^- e^{-ik_{I,\mathbf{g},z}(z-z_I)}] e^{i(\mathbf{k}+\mathbf{g}) \cdot \rho} \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

and

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_I(\rho, z) = & \frac{\sqrt{\varepsilon_I}}{c\mu_0} \sum_{\mathbf{g}} [-N_{I,\mathbf{g}}^+ \chi_{I,\mathbf{g}}^+ e^{ik_{I,\mathbf{g},z}(z-z_I)} \\ & - N_{I,\mathbf{g}}^- \chi_{I,\mathbf{g}}^- e^{-ik_{I,\mathbf{g},z}(z-z_I)} \\ & + X_{I,\mathbf{g}}^+ \eta_{\mathbf{g}} e^{ik_{I,\mathbf{g},z}(z-z_I)} \\ & + X_{I,\mathbf{g}}^- \eta_{\mathbf{g}} e^{-ik_{I,\mathbf{g},z}(z-z_I)}] e^{i(\mathbf{k}+\mathbf{g}) \cdot \rho}. \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

The subscripts  $I$  and  $III$  stand for the incident medium and emergence medium respectively, and the superscripts  $+$  and  $-$  denote the positive and negative direction along the  $z$  axis for backward ( $+$ ) and forward ( $-$ ) field propagation. For each vector  $\mathbf{g}$  of the reciprocal lattice,  $N_{I,\mathbf{g}}^-$  and  $X_{I,\mathbf{g}}^-$  are the  $s$  and  $p$  polarization amplitudes of the reflected field, respectively, and  $N_{III,\mathbf{g}}^+$  and  $X_{III,\mathbf{g}}^+$ , those of the transmitted field. Similarly,  $N_{I,0}^+$  and  $X_{I,0}^+$  define the  $s$  and  $p$  polarization amplitudes of the incident field, respectively.

We can then define a transfer matrix  $T$  [12–14]:

$$\begin{bmatrix} \overline{N}_I^+ \\ \overline{X}_I^+ \\ \overline{N}_I^- \\ \overline{X}_I^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T^{++} & T^{+-} \\ T^{-+} & T^{--} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{N}_{III}^+ \\ \overline{X}_{III}^+ \\ \overline{N}_{III}^- \\ \overline{X}_{III}^- \end{bmatrix}. \quad (\text{B.10})$$

Alternatively, we can express the scattered field against the incident field and we define a scattering matrix  $S$  [12–14]:

$$\begin{bmatrix} \overline{N}_{III}^+ \\ \overline{X}_{III}^+ \\ \overline{N}_I^- \\ \overline{X}_I^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S^{++} & S^{+-} \\ S^{-+} & S^{--} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{N}_I^+ \\ \overline{X}_I^+ \\ \overline{N}_{III}^- \\ \overline{X}_{III}^- \end{bmatrix}. \quad (\text{B.11})$$

The flux of the Poynting vector through the unit cell is [12–14]:

$$J = \int_{\sigma} \frac{1}{2} \text{Re}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot \mathbf{e}_z dS. \quad (\text{B.12})$$

We get then [12–14]:

$$J_I^+ = \frac{\sigma}{2\mu_0\omega} \sum_{\mathbf{g}} k_{I,\mathbf{g},z} \left[ |N_{I,\mathbf{g}}^+|^2 + |X_{I,\mathbf{g}}^+|^2 \right] \Theta(\varepsilon_I(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} - |\mathbf{k} + \mathbf{g}|^2) \quad (\text{B.13})$$

for the incident flux in medium  $I$ ,

$$J_{III}^+ = \frac{\sigma}{2\mu_0\omega} \sum_{\mathbf{g}} k_{III,\mathbf{g},z} \left[ |N_{III,\mathbf{g}}^+|^2 + |X_{III,\mathbf{g}}^+|^2 \right] \Theta(\varepsilon_{III}(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} - |\mathbf{k} + \mathbf{g}|^2) \quad (\text{B.14})$$

for the transmitted flux in medium  $III$ , and

$$J_I^- = -\frac{\sigma}{2\mu_0\omega} \sum_{\mathbf{g}} k_{I,\mathbf{g},z} \left[ |N_{I,\mathbf{g}}^-|^2 + |X_{I,\mathbf{g}}^-|^2 \right] \Theta(\varepsilon_I(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} - |\mathbf{k} + \mathbf{g}|^2) \quad (\text{B.15})$$

for the reflected flux in medium  $I$ . In (B.13-B.15),  $\Theta(x)$  is the Heaviside function: i.e.  $\Theta(x) = 1$  if  $x > 0$  and  $\Theta(x) = 0$  otherwise.

### Acknowledgments

M.S. is supported by the Cleanoptic project (Development of super-hydrophobic anti-reflective coatings for solar glass panels / Convention No.1117317) of the Greenomat program of the Walloon Region (Belgium). O.D. acknowledges the support of FP7 EU-project No.309127 PhotoNVoltaics (Nanophotonics for ultra-thin crystalline silicon photovoltaics). This research used resources of the Interuniversity Scientific Computing Facility located at the University of Namur, Belgium, which is supported by the F.R.S.-FNRS under the convention No.2.4617.07.

- 
- [1] L. Tsakalakos, *Nanotechnology for Photovoltaics* (CRC, 2010).
  - [2] J. Nelson, *The Physics of Solar Cells* (Imperial College, 2003).
  - [3] M. Zeman, R.A.C.M.M. van Swaaij, J. Metselaar, and R.E.I. Schropp, “Optical modeling of a-Si:H solar cells with rough interfaces: Effect of back contact and interface roughness,” *J. Appl. Phys.* **88**, (2000) 6436-6443.

- 
- [4] P. Campbell and M. Green, "Light trapping properties of pyramidally textured surfaces," J. Appl. Phys. **62**, (1987) 243-249.
  - [5] E. Yablonovitch and G. Cody, "Intensity enhancement in textured optical sheets for solar cells," IEEE **29**, (1982) 300-305.
  - [6] O. Deparis, J.P. Vigneron, O. Agustsson, and D. Decroupet, "Optimization of photonics for corrugated thin-film solar cells," J. Appl. Phys. **106**, (2009) 094505.
  - [7] J. Gjessing, A.S. Sudbø, and E.S. Marstein, "Comparison of periodic light-trapping structures in thin crystalline silicon solar cells," J. Appl. Phys. **110**, (2011) 033104.
  - [8] A. Herman, C. Trompoukis, V. Depauw, O. El Daif, and O. Deparis, "Influence of the pattern shape on the efficiency of front-side periodically patterned ultrathin crystalline silicon solar cells," J. Appl. Phys. **112**, (2012) 113107.
  - [9] K.S. Kunz and R.J. Luebbers, *The Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics* (CRC, 1993).
  - [10] A. Taflov, *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method* (Artech House, 1995).
  - [11] M. Moharam and T. Gaylord, "Rigorous coupled-wave analysis of planar-grating diffraction," J. Opt. Soc. Am. **71**, (1981) 811-818.
  - [12] M. Sarrazin, J.P. Vigneron, and J.M. Vigoureux, "Role of Wood anomalies in optical properties of thin metallic films with a bidimensional array of subwavelength holes," Phys. Rev. B **67**, (2003) 085415.
  - [13] J.P. Vigneron and V. Lousse, "Variation of a photonic crystal color with the Miller indices of the exposed surface," Proc. SPIE **6128**, 61281G (2006).
  - [14] J.P. Vigneron, F. Forati, D. André, A. Castiaux, I. Derycke, and A. Dereux, "Theory of electromagnetic energy transfer in three-dimensional structures," Ultramicroscopy **61**, (1995) 21-27.
  - [15] A. Jin and J. Phillips, "Optimization of random diffraction gratings in thin-film solar cells using genetic algorithms," Sol. Energy Mater. Sol. Cells **92**, (2008) 1689-1696.
  - [16] L. Zhao, Y. Zuo, C. Zhou, H. Li, W. Diao, and W. Wang, "A highly efficient light-trapping structure for thin-film silicon solar cells," Sol. Energy **84**, (2010) 110-115.
  - [17] R.G. Brown and P.Y.C Hwang, *Introduction to random signals and applied kalman filtering* (John Wiley and Sons, 1992).
  - [18] M. Born and E. Wolf, *Principles of optics* (Cambridge University Press, 1999).
  - [19] J.S.C. Prentice, "Coherent, partially coherent and incoherent light absorption in thin-film multilayer structures," J. Phys. D **33**, (2000) 3139-3145.
  - [20] C.L. Mitsas and D.I. Siapkas, "Generalized matrix method for analysis of coherent and incoherent reflectance and transmittance of multilayer structures with rough surfaces, interfaces, and finite substrates," Appl. Opt. **34**, (1995) 1678-1683.
  - [21] M.C. Tropicovsky, A.S. Sabau, A.R. Lupini, and Z. Zhang, "Transfer-matrix formalism for the calculation of optical response in multilayer systems: from coherent to incoherent interference," Opt. Express **18**, (2010) 24715-24721.
  - [22] A. Niv, M. Gharghi, C. Gladden, O. D. Miller, and X. Zhang, "Near-Field Electromagnetic Theory for Thin Solar Cells," Phys. Rev. Lett. **109**, (2012) 138701.
  - [23] C.C. Katsidis and D.I. Siapkas, "General transfer-matrix method for optical multilayer systems with coherent, partially coherent, and incoherent interference," Appl. Opt. **41**, (2002) 3978-3987.
  - [24] J.S.C. Prentice, "Optical generation rate of electron-hole pairs in multilayer thin-film photovoltaic cells," J. Phys. D **32**, (1999) 2146-2150.
  - [25] E. Centurioni, "Generalized matrix method for calculation of internal light energy flux in mixed coherent and incoherent multilayers," Appl. Opt. **44**, (2005) 7532-7539.
  - [26] W. Lee, S.Y. Lee, J. Kim, S. C. Kim, and B. Lee, "A numerical analysis of the effect of partially-coherent light in photovoltaic devices considering coherence length," Opt. Express **20**, (2012) A941-A953.
  - [27] R. Santbergen, A. H.M. Smets, and M. Zeman, "Optical model for multilayer structures with coherent, partly coherent and incoherent layers," Opt. Express **21**, (2013) A262-A267.
  - [28] E.D. Palik, *Handbook of Optical Constants of Solids* (Academic, 1985).
  - [29] B.O. Seraphin, *Solar Energy Conversion, Solid-State Physics Aspects* (Springer-Verlag, 1979).
  - [30] E. Hecht, *Optics* (Pearson Education, 2002).



---

## Quantum vacuum photon modes and superhydrophobicity



# Quantum vacuum photon modes and superhydrophobicity

Louis Dellieu<sup>1,\*</sup>, Olivier Deparis, Jérôme Muller, and Michaël Sarrazin<sup>1†</sup>  
*Research Center in Physics of Matter and Radiation (PMR), Department of Physics,  
University of Namur, 61 rue de Bruxelles, B-5000 Namur, Belgium*

Nanostructures are commonly used for developing superhydrophobic surfaces. However, available wetting theoretical models ignore the effect of vacuum photon-modes alteration on van der Waals forces and thus on hydrophobicity. Using first-principle calculations, we show that superhydrophobicity of nanostructured surfaces is dramatically enhanced by vacuum photon-modes tuning. As a case study, wetting contact angles of a water droplet above a polyethylene nanostructured surface are obtained from the interaction potential energy calculated as function of the droplet-surface separation distance. This new approach could pave the way for the design of novel superhydrophobic coatings.

<sup>1</sup>These authors have contributed equally to this work.

While superhydrophobicity on structured surfaces (Fig. 1a) is a topic of high interest [1, 2] and wetting phenomena are known to be related to van der Waals forces [3–6], the influence of surface nano-corrugations on van der Waals forces has not been considered in wetting theoretical models as of yet [7–12]. In this letter, we address this point and shed a new light on an old yet interesting problem by revisiting the role of nano-structuration on wetting phenomena in the framework of the quantum electrodynamics description of van der Waals interactions.

Casimir interactions [13], which generalize van der Waals interactions between structured surfaces, have been extensively studied in case of metals and semiconductors [14–17]. For this purpose, many authors use an extension of the Lifshitz theory [18] of van der Waals interactions between macroscopic bodies [17–20]. Considering media 1 and 2 occupying the half-spaces  $z < 0$  and  $z > L$ , respectively, and separated by vacuum, it can be shown that the van der Waals interaction potential energy  $U$  is given by [17–20]  $U = \sum_p \frac{1}{2} \hbar (\omega_p(L) - \omega_p(L \rightarrow \infty))$  where  $\omega_p(L)$  is the eigen angular frequency - for a given polarization - of the  $p^{\text{th}}$  vacuum photon-mode available between the two media facing each other. Indeed, the van der Waals force results from the exchange of virtual photons between both interacting bodies (Fig. 1b) [21]. Using the Cauchy's argument principle of the complex analysis and considering the analytical properties of the Fresnel coefficients related to each body, the interaction energy can be expressed as [17, 19, 20]:

$$U(L) = \frac{\hbar}{2\pi} \sum_{m=s,p} \int \frac{d^2 k_{//}}{(2\pi)^2} \int_0^\infty d\xi \quad (1)$$

$$\times \ln(1 - R_1^m(i\xi, \mathbf{k}_{//}) R_2^m(i\xi, \mathbf{k}_{//}) e^{-2\kappa L})$$

where  $\kappa = \sqrt{\frac{\xi^2}{c^2} + |\mathbf{k}_{//}|^2}$ ,  $R_1^m$  ( $R_2^m$ ) is the complex reflection coefficient of slab 1 (slab 2) (Fig. 1b) in the  $m$  polarization state ( $s$  or  $p$  states) and  $k_{//}$  is the parallel component of the photon wave vector. The use

of the complex angular frequency  $\omega = i\xi$  arises from numerical computation considerations. In deriving Eq. (1), the dependence of mode free energy on temperature  $T$  can be neglected since, around ambient temperature,  $\hbar\omega_p \gg k_B T$  is satisfied for all photon energies involved here. It is noteworthy that, at short distances ( $L \leq 10$  nm) [22], Eq. (1) is well approximated [23] by the well-known Hamaker expression [24]:

$$U(L) = -\frac{A_h}{12\pi L^2}, \quad (2)$$

where  $A_h$  is the effective Hamaker constant which can be deduced from the computed energy, i.e. Eq. (1).

Moreover, it is known that the Hamaker theory, when

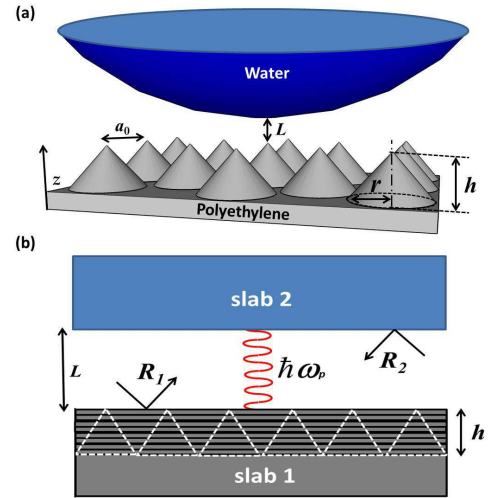


FIG. 1. (Color online). (a) Corrugated surface separated by a distance  $L$  from a water droplet. The surface of the droplet can be considered as flat at the scale of corrugation. (b) Approximation of the two-body system.  $R_1$  and  $R_2$  are the reflection coefficients of the effective multilayer (slab 1) and of the water droplet (slab 2), respectively. Virtual photons  $\hbar\omega_p$  exchanged between the two slabs are pictured in red.



applied to molecular solids, is able to predict the contact angle of a water droplet on a surface [5]. Indeed, from the van der Waals potential energy calculated between a molecular solid and a liquid, we can deduce immediately the corresponding contact angle  $\theta$  [5] :

$$\cos(\theta) = -1 + \frac{|U(L_0)|}{\gamma_l}, \quad (3)$$

where  $U(L_0)$  is the potential energy between the two media separated by the distance  $L_0$ , which is the equilibrium separation distance [22] between the water droplet and the surface. This distance, originally defined for a flat surface [22], is assumed to remain the same when the solid surface is corrugated. Indeed, the lack of data on the equilibrium separation distance values for corrugated surfaces leaves us no choice but to use values for flat surfaces of identical materials. However, this bold hypothesis does not affect the main results of our model [25]. In Eq. (3),  $\gamma_l$  is the liquid surface tension, which for water is 72.5 mN/m [26]. Until now, previous studies used Eq. (3) in the context of flat interfaces only [5]. The present work extends its use to corrugated surfaces.

Following the above considerations, we can expect that corrugations covering the surface of a molecular solid should affect its wettability in a new perspective. Indeed, in the same way as corrugations on a surface modify its reflectivity [27, 28], their effects on the van der Waals interactions can no longer be ignored. According to Eq. (1), modifying the reflection coefficients should dramatically influence the interaction energy and therefore the wetting properties - *via* Eq. (3) - as soon as the interaction between a liquid and corrugated molecular solid is concerned. This prediction is crucial, far from being obvious since usual wetting models of nanostructured surfaces ignore any alteration of the van der Waals force. For instance, wettability is commonly described, in the simplest way, by Cassie's law in a thermodynamic approach involving surface tensions and Gibbs energy minimization [7]. Basically, such an approach does not consider explicitly the van der Waals interactions. Similarly, finite element methods relying on Navier-Stokes equations [8–10], suffer from the same drawback. Even molecular dynamic simulations [11, 12] which consider explicitly van der Waals interactions, do not take into account their alteration in the presence of surface corrugations.

Let us now further develop the approach. The two-body system under study consists of a nanostructured surface and a droplet of water separated by a distance  $L$  (Fig. 1a). Since the water droplet is much bigger than the surface corrugation features, it can be described by a slab (Fig. 1b). The surface is nanostructured with cones of height  $h$  arranged on a hexagonal lattice with a lattice parameter chosen to be  $a_0 = 10$  nm. The cone base radius is  $r = 5$  nm and the cone height  $h$  ranges from 10 nm to 100 nm in order to vary the antireflection character of

the surface. Such a geometry is known to improve the antireflection behavior of surfaces [27, 28]. In the following, the nanostructured surface is assumed to be made of polyethylene. The choice of polyethylene was motivated by the need to work with a molecular solid. Since the lattice parameter  $a_0$  has subwavelength dimensions (for wavelengths below 10 nm, polyethylene permittivity is close to 1), the corrugated surface can be described by a continuous effective material with a graded refractive index along its thickness [28] (Fig. 1 b). The effective dielectric function of the corrugated surface can be expressed by [27, 28]:

$$\varepsilon(z) = 1 + (\varepsilon_{\text{material}} - 1)f(z) \quad (4)$$

where  $\varepsilon_{\text{material}}$  is the dielectric function of the bulk material and  $f(z)$  is a filling factor given by:  $f(z) = \pi r^2(z)/S$  with  $S = a_0^2\sqrt{3}/2$  and  $r(z)$  the radius of the circular section of the cones at coordinate  $z$ . The system is then reduced to a water slab and an effective multilayer (Fig. 1b). In computations, polyethylene permittivity is described by a modified Lorentz oscillator model [29]:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty + \sum_{p=1}^N \frac{\Delta\varepsilon_p(\omega_p^2 - i\gamma'_p\omega)}{\omega_p^2 - 2i\omega\gamma_p - \omega^2} \quad (5)$$

where  $\varepsilon_\infty$  is the permittivity at infinite frequency,  $\omega_p$  is the plasma frequency,  $\gamma_p$  and  $\gamma'_p$  are related to relaxation processes associated to the  $p^{\text{th}}$  oscillator and  $\Delta\varepsilon_p$  is defined such as  $\sum_{p=1}^N \Delta\varepsilon_p = \varepsilon_{\text{stat}} - \varepsilon_\infty$  with  $\varepsilon_{\text{stat}}$  the permittivity at zero frequency. The values of these parameters are listed in Table 1 and were obtained by fitting ( $N = 2$  oscillators) the experimental dielectric function of polyethylene which tends to unity for wavelengths shorter than 10 nm [30]. The water slab is also described by a dielectric function whose analytical form and parameters were taken from [31].

Actually, the water droplet is in equilibrium with water vapor. Therefore, the medium separating the surface and the droplet should be vapor instead of vacuum. However, since the water vapor dielectric constant is very close to that of vacuum at all wavelengths of interest and whatever the vapor partial pressure is [32], there is no difference in considering a vacuum interface instead of a vapor interface from the point of view of electrodynamical calculations. Moreover, the water slab is considered to be in a Cassie state which assumes a flat meniscus [7]. In fact, a more realistic meniscus profile, like overhanging profile, could be modelled as a thin effective layer. This optically thin layer, however, would not lead to significant effects in the electrodynamical calculations of the van der Waals forces.

Thanks to a standard multilayer computational method [33], the intensity (square modulus) reflection

|                       | $p = 1$                                  | $p = 2$                                  |
|-----------------------|--|--|
| $\Delta\varepsilon_p$ | 0.2479                                   | 0.970                                    |
| $\omega_p$            | $1.27 \times 10^{16} \text{ rad s}^{-1}$ | $1.88 \times 10^{16} \text{ rad s}^{-1}$ |
| $\gamma_p$            | $9.66 \times 10^{14} \text{ rad s}^{-1}$ | $5.27 \times 10^{15} \text{ rad s}^{-1}$ |
| $\gamma_p'$           | $1.26 \times 10^{16} \text{ rad s}^{-1}$ | $3.63 \times 10^{15} \text{ rad s}^{-1}$ |

TABLE I. Parameters of the dielectric function of polyethylene.

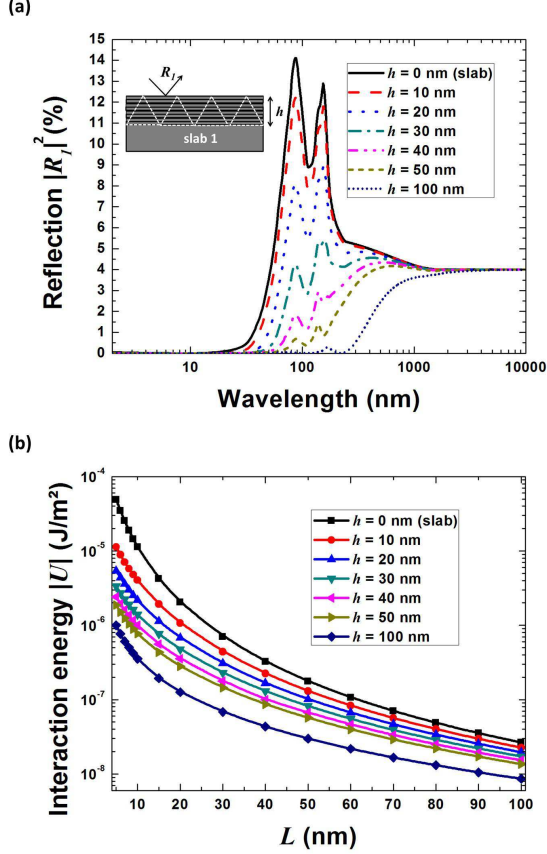


FIG. 2. (Color online). (a) Intensity reflection coefficient (at normal incidence) of corrugated polyethylene slabs with cones of various heights  $h$ . (b) Interaction energy between a water droplet and corrugated polyethylene slabs.

coefficient of the nanostructured polyethylene surface  $|R_1(\lambda)|^2$  was computed (see Fig. 2a where only normal incidence  $k_{//} = 0$  is considered for the sake of clarity). Broadband antireflection character of the corrugated surface was obtained by increasing the height of the cones: the higher the cones, the lower the reflection. Moreover, by numerically solving Eq. (1) for each height, the interaction energy between the nanostructured surface and the water droplet was determined (Fig. 2b). The black line corresponds to the interaction energy between a flat

polyethylene surface and a water droplet. As the height of cones is increased, the interaction energy is clearly altered: the higher the cones, the lower the potential (Fig. 2b). In other words, the van der Waals potential energy decreases as the antireflection character of the polyethylene surface increases (Fig. 2a). This fundamental point is the main finding of our study: the alteration of van der Waals potential energy due to the presence of surface corrugation, even in a Cassie state. This result can be roughly interpreted in a simple way. Indeed, when the cone height  $h$  increases, the reflection coefficient  $|R_1|^2$  decreases (Fig. 2a). As a result, the quality factor  $Q$  of the Fabry-Perot cavity formed by the gap between the two slabs also decreases [35]. Therefore, the electromagnetic energy stored in the Fabry-Perot cavity decreases [35] i.e. the vacuum photon-modes contributions to the potential energy  $U$  diminish. This explaining why the van der Waals interaction energy decreases as the nanostructure is tuned towards higher  $h$  values (Fig. 2b).

The equilibrium separation distance between water and flat polyethylene surface was calculated to be  $L_0 = 0.145 \text{ nm}$  [5]. Although this value is reported for two flat polyethylene surfaces facing each other, it remains essentially unchanged while considering the present polyethylene-water system, as shown in [5]. Due to numerical considerations, potential energies at  $L = L_0$  are extrapolated from Eq. (2), by fitting the Hamaker constant  $A_h$  to the calculated energy values for  $L \leq 10 \text{ nm}$  [22]. The Hamaker constant for each height  $h$  is shown in Fig. 3a. Using Eq. (2) and Eq. (3) with  $L = L_0$ , we can check the expected value of contact angle of a water droplet on a flat ( $h = 0 \text{ nm}$ ) polyethylene surface:  $\theta = 102^\circ$  [34] (Fig. 3b). For a corrugated surface, the contact angle and the Hamaker constant of the system are therefore modified with respect to a flat surface: the Hamaker constant decreases (Fig. 3a) while the contact angle dramatically increases (Fig. 3b) as the cone height increases. Superhydrophobicity ( $\theta \geq 150^\circ$ ) is achieved for  $h > 20 \text{ nm}$  here. The tuning of the optical properties of the polyethylene surface *via* its nanostructure directly affects its wettability. This finding is of practical importance as it will be discussed hereafter.

Our calculation predicts a contact angle of  $173^\circ$  for  $h = 1 \mu\text{m}$  and of  $175^\circ$  for  $h = 10 \mu\text{m}$  (not shown on Fig. 3b). Ultimately, we can expect a contact angle approaching  $180^\circ$  for a very high aspect ratio of cones. According to Eq. 3, a contact angle of  $180^\circ$  corresponds to zero potential energy. The asymptotic increase of the contact angle towards  $180^\circ$  as  $h$  increases results from the fact that, beyond a height of  $100 \text{ nm}$  (maximum value displayed on Fig. 3b), the potential energy  $U$  decreases more slowly with  $h$ . Indeed, the reflection coefficient  $|R_1|^2$  barely decreases at wavelengths  $\lambda_p > 1000 \text{ nm}$  when  $h$  increases (Fig. 2a). In addition, the related vacuum photon-modes angular frequencies  $\omega_p = 2\pi c/\lambda_p$  represent small energy values  $\frac{1}{2}\hbar\omega_p(L)$  in the contributions to the potential en-

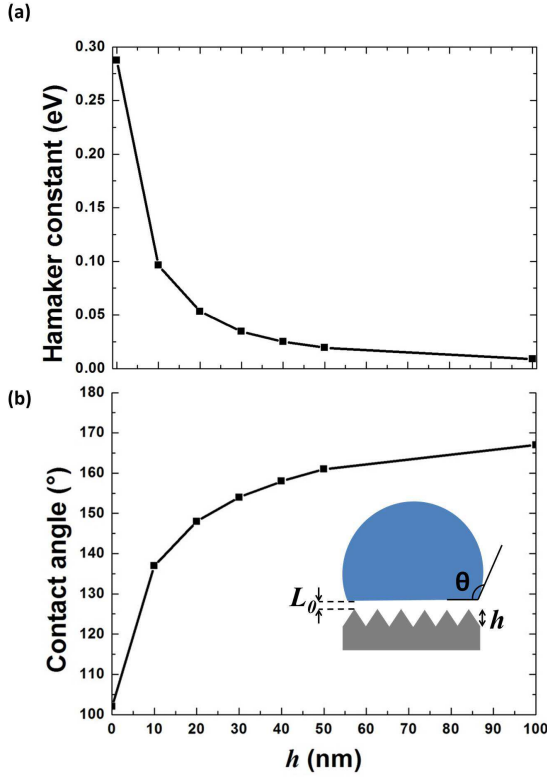


FIG. 3. (Color online). (a) Evolution of the Hamaker constant as function of the height  $h$  of cones. (b) Evolution of the contact angle of a water droplet on nanostructured polyethylene as function of the height  $h$  of cones.

ergy  $U$ , which therefore varies more slowly when  $h$  increases above 100 nm.

In comparison, using cylinders instead of cones (same hexagonal lattice parameter and radius of 2.5 nm) cannot provide efficient antireflection character to the surface since there is no gradient of the effective permittivity: the reflection does not significantly decrease as the cylinder height increases (Fig. 4). As a result, the contact angle on this corrugated surface saturates quickly with the cylinder height and stays close to the flat surface value (see inset table in Fig. 4), i.e. superhydrophobicity is never achieved.

In summary, small nanoscopic corrugations dramatically affect the van der Waals interaction energy and thus the wetting contact angle of molecular solid surfaces. This aspect was usually ignored in literature. The effect of nanostructuration on vacuum photon-modes should therefore be considered when wetting phenomena are studied, because it is responsible for the interplay between superhydrophobicity and antireflection property. Actually, in many cases, fractal structures appear to be quite efficient in achieving superhydrophobicity [36, 37].

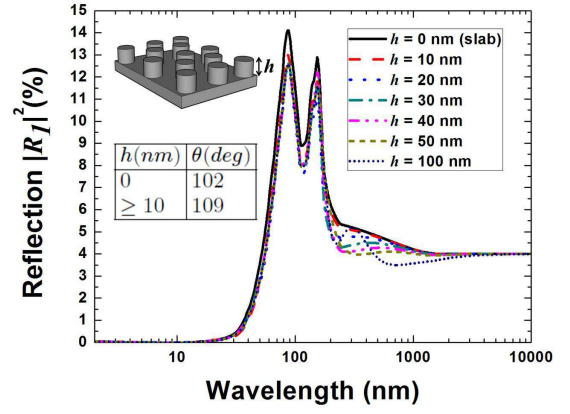


FIG. 4. (Color online). Evolution of the reflectance with the height of nanocylinders covering polyethylene slab. inset (table): evolution of the contact angle of a water droplet on nanostructured polyethylene with the height  $h$  of cylinders.

Since those hierarchical structures involve, among others, nanoscopic corrugations (ranging from 10 nm to 100 nm) [36, 37], their role in wetting phenomena deserves a reinterpretation in the light of the quantum vacuum photon-modes origin of the van der Waals force. Since our method relies on numerical solution of Eq. (1), it can also handle complex periodic corrugation geometries or non-flat meniscus by using more sophisticated numerical electromagnetic codes [38]. Finally, although the nanostructures referred in this study are quite small, many fabrication techniques are available [39–48]. The fabrication of such surfaces could validate the theory presented in this letter. The crucial role of shallow corrugations (at the scale of 10 nm) on wettability was not noticed previously. Therefore, exploring corrugation dimensions where the effects here reported are dominant could pave the way for the design of novel superhydrophobic coatings. We believe the ab initio calculation of van der Waals force in nanostructures might contribute to elaborate more suitable models for describing more complex wettability phenomena such as contact angle hysteresis, Cassie state metastability and Cassie-Wenzel transition.

#### Acknowledgments

L.D. is supported by the Belgian Fund for Industrial and Agricultural Research (FRIA). M.S. is supported by the Cleanoptic project (development of superhydrophobic anti-reflective coatings for solar glass panels/convention No.1117317) of the Greenomat program of the Wallonia Region (Belgium). This research used resources of the “Plateforme Technologique de Calcul Intensif” (PTCI) (<http://www.ptci.unamur.be>) located at the University of Namur, Belgium, which is supported by the F.R.S.-FNRS. The PTCI is member of the “Consortium des Equipements de Calcul Intensif (CECI)” (<http://www.ceci-hpc.be>). The authors thank Philippe

Lambin and François Fontaine for critical reading of the manuscript.

- 
- \* louis.dellieu@unamur.be  
† michael.sarrazin@unamur.be
- [1] D. Quéré, *Physica A* **313**, 32 (2002).
  - [2] C. Yang, U. Tartaglino, and B. N. J. Persson, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 116103 (2006).
  - [3] J.D. van der Waals, Ph.D. Thesis, Leiden University, 1873.
  - [4] W. Fenzl, *Ber. Bunsenges. Phys. Chem* **98**, 389 (1994).
  - [5] C. J. Drummond and D. Y. C. Chan, *Langmuir* **13**, 3890 (1997).
  - [6] W. Fenzl, *Europhys. Lett.* **64**, 64 (2003).
  - [7] A.B.D Cassie and S. Baxter, *Trans. Faraday Soc.*, **40**, 546 (1944).
  - [8] C. Cuvelier, A. Segal, and A. A. van Steenhoven, *Finite Element Methods and Navier-Stokes Equations*, Springer Science & Business Media, 1986.
  - [9] K. L. Mittal, *Advances in Contact Angle, Wettability and Adhesion*, John Wiley & Sons, 2013.
  - [10] X. Yao, Y. Hu, A. Grinthal, T.-S. Wong, L. Mahadevan, and J. Aizenberg, *Nat. Mater.* **12**, 529 (2013).
  - [11] J. De Coninck and T. D. Blake, *Ann. Rev. Mater. Res.* **38**, 1 (2008).
  - [12] C. Yang, U. Tartaglino, and B. N. J. Persson, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 116103 (2006).
  - [13] H. B. G. Casimir, *Proc. K. Ned. Akad. Wet.* **51**, 793 (1948).
  - [14] A. Lambrecht and V. N. Marachevsky, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 160403 (2008).
  - [15] M. T. H. Reid, A. W. Rodriguez, J. White, and S. G. Johnson, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 040401 (2009).
  - [16] P. S. Davids, F. Intravaia, F. S. S. Rosa, and D. A. R. Dalvit, *Phys. Rev. A* **82**, 062111 (2010).
  - [17] F. S. S. Rosa, D. A. R. Dalvit, and P. W. Milonni, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 183602 (2008).
  - [18] E. M. Lifshitz, *Sov. Phys. JETP* **2**, 73 (1956).
  - [19] A. Lambrecht, P. A. M. Neto, and S. Reynaud, *New J. Phys.* **8**, 243 (2006).
  - [20] R. Messina and M. Antezza, *Phys. Rev. A* **84**, 042102 (2011).
  - [21] J. Mahanty, B.W. Ninham, *Dispersion Forces*, Academic Press London, 1976.
  - [22] J. Israelachvili, *Intermolecular and surface forces*, Academic Press Elsevier, 2011.
  - [23] D.B Hough, and L.R White, *Adv. Colloid Interfac.***14**, 3 (1980).
  - [24] Hamaker, H. C. *Physica* **4**, 1058 (1937).
  - [25] Strickly, the  $L_0$  value should depend on the surface roughness for the following reason. Whereas the short-range Pauli repulsive term in the Lennard-Jones-like interfacial potential remains unchanged while increasing the cones height since it is determined by the topmost atomic layer, the van der Waals attractive term, on the contrary, decreases (Fig. 2b). As a result, the potential minimum shifts towards longer distances, i.e.  $L_0$  increases. The cumulative effect, i.e. increase of  $L_0$  and decrease of  $A_h$  (Fig. 3a) while increasing  $h$ , reinforces the hydrophobic character according to Eq. (3).
  - [26] H.-J. Butt, K. Graf, and M. Kappl, *Physics and Chemistry of Interfaces*, Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2003.
  - [27] D. G. Stavenga, S. Foletti, G. Palasantzas, and K. Arikawa, *Proc. Biol. Sci.* **273**, 661 (2006).
  - [28] L. Dellieu, M. Sarrazin, P. Simonis, O. Deparis, and J. P. Vigneron, *J. Appl. Phys.* **116**, 024701 (2014).
  - [29] A. Deinega and S. John, *Opt. Lett.* **37**, 112 (2012).
  - [30] J. Ashok, P.L.H. Varaprasad, and J.R. Birch, in *Handbook of Optical Constants of Solids II*, edited by E.D. Palik (Academic Press Elsevier, New York, 1991).
  - [31] V. A. Parsegian and G. H. Weiss, *J. Colloid Interf. Sci.* **81**, 285 (1981).
  - [32] S. Mouchet, O. Deparis, and J.-P. Vigneron, *Proc. SPIE* **8424**, 842425 (2012).
  - [33] C. Chen, P. Berini, D. Feng, S. Tanev, and V. Tzolov, *Opt. Express* **7**, 260 (2000).
  - [34] N. De Geyter, R. Morent, and C. Leys, *Surf. Interface Anal.* **40**, 608 (2008).
  - [35] B. E. A. Saleh and M. C. Teich, *Fundamentals of Photonics*, Wiley-Interscience, 2 edition, 2007.
  - [36] S. Shibuichi, T. Onda, N. Satoh, and K. Tsujii, *J. Phys. Chem.* **100**, 19512 (1996).
  - [37] B. Bhushan, Y. C. Jung, and K. Koch, *Philos. Trans. A. Math. Phys. Eng. Sci.* **367**, 1631 (2009).
  - [38] M. Sarrazin, J.-P. Vigneron, and J.-M. Vigoureux, *Phys. Rev. B* **67**, 085415 (2003).
  - [39] X. Lu, C. Zhang, and Y. Han, *Macromol. Rapid Commun.* **25**, 1606 (2004).
  - [40] C.-T. Hsieh, J.-M. Chen, R.-R. Kuo, T.-S. Lin, and C.-F. Wu, *Appl. Surf. Sci.* **240**, 318 (2005).
  - [41] A. Checco, B. M. Ocko, A. Rahman, C. T. Black, M. Tasinkevych, A. Giacomello, and S. Dietrich, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 216101 (2014).
  - [42] H. Tani, H. Takahashi, S. Koganezawa, and N. Tagawa, *Tribol. Lett.* **54**, 221 (2014).
  - [43] Y. P. Li, Z. C. Zhang, W. Shi, and M. K. Lei, *Surf. Coat. Tech.* **259**, 77 (2014).
  - [44] J. Fresnais, J. P. Chapel, and F. Poncin-Epaillard, *Surf. Coat. Tech.* **200**, 5296 (2006).
  - [45] E. Burkarter, C. K. Saul, F. Thomazi, N. C. Cruz, L. S. Roman, and W. H. Schreiner, *Surf. Coat. Tech.* **202**, 194 (2007).
  - [46] J. Zimmermann, M. Rabe, G. R. J. Artus, and S. Seeger, *Soft Matter* **4**, 450 (2008).
  - [47] W. Du and J. Di, *Surf. Coat. Tech.* **201**, 5498 (2007).
  - [48] E. Martines, K. Seunarine, H. Morgan, N. Gadegaard, C. D. W. Wilkinson, and M. O. Riehle, *Nano letters*, **5**, 2097 (2005).



## Troisième partie

# Electrodynamique dans les modèles de mondes branaires



---

*Si la science ne s'intéresse pas aux choses délirantes, elle risque fort de passer à côté de choses intéressantes.*

Antoine Labeyrie.





## Chapitre 7

# A l'origine de la thématique

En 2003, motivé par des problématiques concernant les plasmons-polaritons de surface (*cf.* partie et chapitres précédents), je souhaitais approfondir l'étude des propriétés optiques des systèmes électroniques confinés dans des couches minces, voire des boîtes quantiques. Nous avions en effet un temps envisagé un projet de travail dans ce sens avec Jean-Pol Vigneron de l'Université de Namur. Par ailleurs, des questions concernant la physique des matériaux m'ont conduit à rencontrer Fabrice Petit du Belgian Ceramic Research Centre de Mons (Belgique). Nous étions alors intéressés par l'étude des propriétés opto-électroniques des couches minces, notamment au travers de leurs interactions au sein de multicouches. Dans ce cadre, notre intérêt portait vers des structures métallo-diélectriques corruguées et des hétérostructures telles que GaAs/GaAlAs. L'étude des polaritons (ou des polarons) dans ces structures pouvant rapidement devenir complexe, le problème posé était de savoir s'il était possible de dégager une approche physico-mathématique qui permette de traiter les propriétés opto-électroniques des couches minces (et leurs interactions) d'un point de vue phénoménologique, relativement simplement et indépendamment du modèle. De manière surprenante, ceci nous a rapidement conduit à prospecter vers des outils mathématiques liés entre autres à la physique des hautes énergies.

Depuis plusieurs décennies, la physique des hautes énergies s'est nourrie de concepts propres à la physique du solide, par exemple au travers de l'idée de mur de domaine. En contrepartie, la physique du solide bénéficie parfois des apports théoriques en provenance de la physique des hautes énergies. Ainsi, par exemple, en physique des hautes énergies, les branes sont des objets étudiés dans le contexte des théories allant au-delà du Modèle Standard de la physique des particules et impliquant en particulier l'existence d'autres dimensions. Ainsi, notre monde serait une brane (*i.e.* un objet correspondant à une hypersurface à 3 dimensions spatiales) plongée dans un hyperespace (que l'on nomme "*bulk*") de dimension supérieure à 4. Dans l'approche des murs de domaines (concept rencontré également en physique du solide), les particules usuelles apparaissent comme des excitations piégées sur des murs (ou défauts topologiques) qui correspondent alors aux branes [Antoniadis *et al.* 1998, Arkani-Hamed *et al.* 2001, Brax 2003, Davies *et al.* 2008, Davies-George 2007, George-Volkas 2007, Gibbons *et al.* 2007, Hooper-Profumo 2007, Horova-Witten 1996a, Horova-Witten 1996b, Palma 2006, Randall-Sundrum 1999a, Randall-Sundrum 1999b, Ringeval 2002, Rubakov-Shaposhnikov 1983, Volkas 2007]. Du point de vue

de la physique du solide, de nombreux systèmes peuvent être envisagés comme des murs de domaines ou des sortes de branes, notamment les électrons piégés dans des couches minces à l'échelle nanométrique voire monoatomique comme dans le cas des plans de graphène ou des hétérostructures GaAs/GaAlAs [Lahmani *et al.* 2009].

Dans un autre registre, les travaux d'Alain Connes [Connes 1994] sur les géométries non-commutatives l'ont conduit à décrire le Modèle Standard à travers un modèle d'espace-temps à deux feuillets  $M_4 \times Z_2$ . Formellement, cette description revient à considérer une dimension supplémentaire ( $Z_2$ ), laquelle est discrète et réduite à deux points séparés d'une distance  $d$ . En chaque point se trouve un feuillet  $M_4$ . Nous avons alors envisagé qu'un modèle d'espace-temps à deux feuillets dans le cadre des géométries non-commutatives puisse permettre de décrire simplement une paire de murs de domaines. Finalement, nos premiers résultats nous ont conduits à soulever des conséquences inédites pour les modèles de mondes branaires, notamment concernant la possibilité d'échange de matière entre deux mondes branaires en présence de champs électromagnétiques. En tant que physiciens, il était difficile de rester insensibles à ces investigations théoriques. Dès lors que l'on est habitué à traiter des problèmes ayant trait à la physique du solide ou à l'électromagnétisme, on ne peut s'empêcher de s'interroger sur la pertinence, ou sur les conséquences de cette nouvelle physique dans des domaines bien établis de la physique "traditionnelle". Nous avons donc choisi de prolonger ces études dans leur partie liée à la physique des hautes énergies quitte à nous éloigner de notre objectif initial concernant une recherche d'une théorie des films minces. Ce travail prospectif initié en dilettante est rapidement devenu une thématique de travail à part entière dont les résultats essentiels sont présentés dans cette partie du mémoire. J'exposerai également au fur et à mesure les différents contextes collaboratifs inhérents à ce travail. Finalement, nous aborderons la question du lien entre notre travail et certains aspects de la physique du solide, notamment en lien avec la physique du graphène.

## Chapitre 8

# Vers une phénoménologie des branes à très basse énergie

Depuis longtemps, l'une des préoccupations majeures de la physique est de tenter de décrire l'ensemble des interactions (électromagnétique, gravitationnelle, forte et faible) dans un même formalisme. Autour de cette problématique s'est développé tout un champ d'activités de recherche plus ou moins connexes qui ont engendré de nouvelles théories. Parmi les problèmes soulevés, on trouve par exemple : comment comprendre l'origine des masses des différentes particules élémentaires, ou encore, pourquoi la force de gravitation est si faible par rapport aux autres interactions ? [Antoniadis *et al.* 1998, Arkani-Hamed *et al.* 2001, Randall-Sundrum 1999a, Randall-Sundrum 1999b]. Dans ce contexte, des approches prometteuses ont été développées, invoquant entre autre l'existence d'extra-dimensions, *i.e.* de dimensions supplémentaires à celles usuelles de l'espace-temps. Dans ce contexte apparaît également la notion de monde branaire. Dans ces théories, notre univers est conçu comme un feuillet d'espace-temps (une brane) enchâssé dans un hyperespace (le *bulk*). Plusieurs modèles ont été envisagés faisant appel à des métriques spatio-temporelles diverses [Antoniadis *et al.* 1998, Arkani-Hamed *et al.* 2001, Brax 2003, Davies *et al.* 2008, Davies-George 2007, George-Volkas 2007, Gibbons *et al.* 2007, Hooper-Profumo 2007, Horava-Witten 1996a, Horava-Witten 1996b, Palma 2006, Randall-Sundrum 1999a, Randall-Sundrum 1999b, Ringeval 2002, Rubakov-Shaposhnikov 1983, Volkas 2007]. Des modèles à deux branes ont été également développés. Depuis quelques années, un important travail est réalisé afin de soulever théoriquement toutes les conséquences de l'existence possible d'extra-dimensions ou d'autres branes. En parallèle, ces travaux motivent d'importantes investigations expérimentales.

Une problématique naturelle est de se demander quelles sont les conséquences potentielles à basse énergie de l'existence d'autres branes, et notamment quelles sont les corrections qu'elles impliqueraient en électrodynamique par exemple. Toutefois, les modèles d'univers branaires sont souvent complexes, et présentent une phénoménologie susceptible d'être dépendante du modèle. Notre première approche a donc consisté à dégager une approche susceptible d'être indépendante du modèle. Ainsi, sans se soucier du modèle sous-jacent capable de décrire deux mondes branaires (*cf.* Fig. 8.1), comment peut-on déduire et/ou décrire les couplages pouvant

exister entre ces deux mondes ? Une méthode consiste simplement à affecter à chaque monde un label  $\delta/2$  et  $-\delta/2$  permettant de décrire l'ensemble des deux mondes à travers une géométrie  $M_4 \times Z_2$  où  $\delta$  est une distance phénoménologique entre les deux mondes selon une extra-dimension  $x_5$  discrète  $Z_2$ . A partir de là, deux approches permettent mathématiquement de décrire un tel système. Dans les deux cas, on considère une équation de Dirac dans un espace-temps à 5 dimensions. Dans la première approche, on définit la dérivée selon l'extra-dimension  $x_5$  à partir d'une différence finie telle que  $\partial_5 f(x_5) = \pm(1/\delta)(f(\delta/2) - f(-\delta/2))$  [Petit-Sarrazin 2007]. L'autre approche repose sur l'utilisation des géométries non commutatives à la Connes [Connes 1994, Gracia *et al.* 1998, Kase *et al.* 2001, Kase *et al.* 1999, Lizzi *et al.* 1998, Lizzi *et al.* 1997, Viet-Wali 2003, Viet-Wali 1996], et sera explicitée dans la suite. Dans un cas comme dans l'autre, on retient que l'on aboutit au même terme de couplage entre les deux mondes. Toutefois, pour des raisons qui apparaîtront plus clairement dans la suite, nous nous focaliserons sur la méthode utilisant les géométries non commutatives.

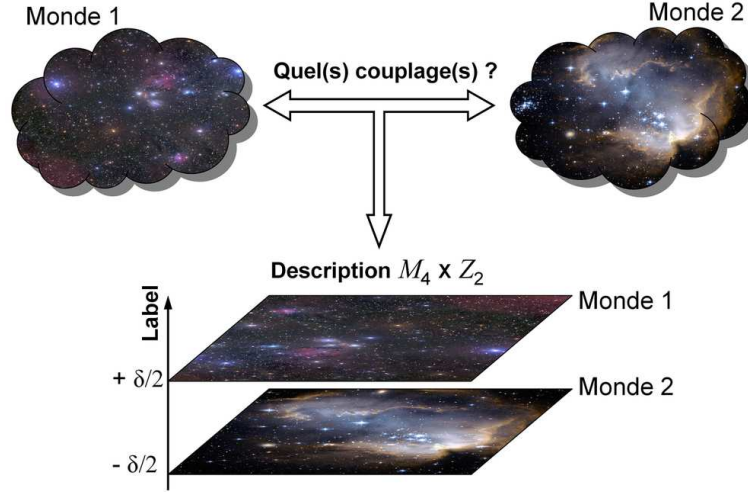


FIGURE 8.1 – Schéma de principe permettant d'introduire le modèle d'univers à deux branes d'un point de vue phénoménologique.

Suite à des travaux préalables portant sur l'électrodynamique dans des géométries  $M_4 \times Z_2$  [Sarrazin-Petit 2005, Petit-Sarrazin 2005], j'ai ainsi montré ([Sarrazin-Petit 2010] présenté en annexes) que le modèle  $M_4 \times Z_2$  que nous avons introduit est effectivement une approximation à très basse énergie des modèles de brane reposant sur les murs de domaines. Ainsi, la distance phénoménologique  $\delta$  entre les deux feuillet  $M_4$  est liée aux propriétés des murs de domaines *via* une intégrale de recouvrement des fonctions d'ondes fermioniques sur l'extra-dimension continue impliquant la distance physique réelle  $d$  entre deux branes (*cf.* Fig. 8.2). Il ressort de ce travail la conjecture selon laquelle le modèle  $M_4 \times Z_2$  est une limite vers laquelle doit tendre toute théorie branaire (incluant au moins deux branes) à basse énergie (*cf.* chapitre 9 suivant). Les effets prédits dans le cadre du modèle  $M_4 \times Z_2$  deviennent indépendants du modèle de brane considéré.

Ensuite, à partir d'une généralisation de l'équation de Pauli déduite du modèle, on montre l'existence d'un nouveau terme hamiltonien d'interaction matière/champ électromagnétique

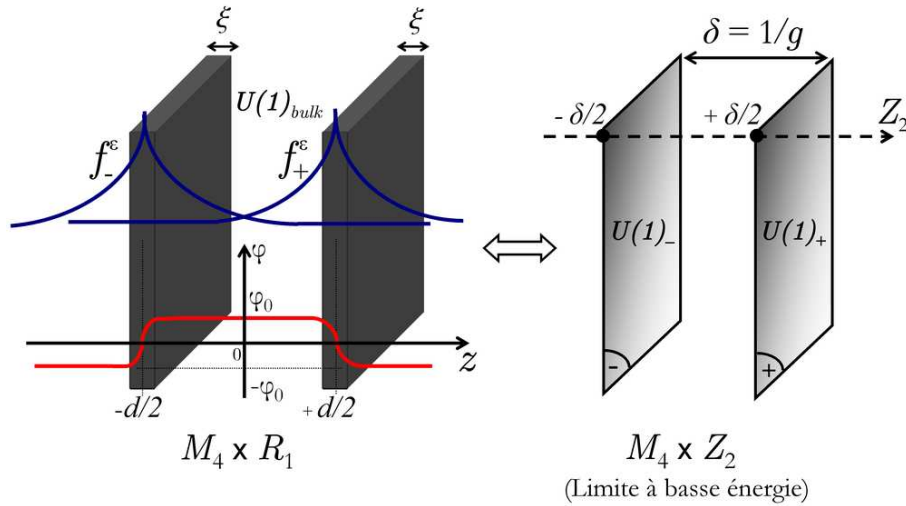


FIGURE 8.2 – Deux mondes branaires décrits par deux murs de domaine, peuvent être décrits par un espace-temps à deux feuillets à basse énergie dès lors que l’on s’intéresse à la dynamique quantique et à l’électrodynamique des fermions qui les peuplent. Le champ fermionique sans masse (dont on a représenté le terme  $f$  dépendant de l’extra-dimension notée  $z$ ) se couple à un champ scalaire  $\varphi$  permettant l’existence de deux murs de domaine en  $-d/2$  et  $+d/2$  le long de l’extra-dimension. Des états massifs localisés sur chaque brane apparaissent et le champ de jauge global  $U(1)_{bulk}$  se scinde en deux champs de jauge effectifs localisés sur chaque brane (à droite sur le schéma).

dans une équation de Pauli dédoublée du fait de l’existence de deux branes (*cf.* chapitre 10). Ce terme permet d’induire un couplage de la matière entre deux branes en présence d’un champ électromagnétique approprié. Il en résulte de nouveaux effets possibles, lesquels ont fait l’objet de propositions d’expériences, notamment concernant la modification du taux de désintégration du positronium ou du neutron sous l’influence de champs électromagnétiques adaptés (*cf.* chapitre 11). Ces travaux peuvent trouver un écho dans la perspective de nouvelles expériences tournées vers l’étude des scénarios de mondes branaires (perspective qui est actuellement l’objet d’un intérêt croissant dans les communautés des expérimentateurs et des théoriciens). Notons que dans le cadre de ces travaux, j’ai été à l’origine de la création du projet de recherche PHENO, en lien avec le GAMASCO (Groupe d’Applications MATHématiques aux Sciences du COsmos, sous la direction de Dominique Lambert et Anne Lemaître) à l’Université de Namur.



## Chapitre 9

# Une approche indépendante du modèle

Afin d'introduire le modèle permettant de décrire les branes à basse énergie, je reprendrai l'approche issue de mes travaux les plus récents plutôt que de suivre la démarche "historique" au regard de la chronologie de mes publications. Comme résultat fondamental, il ressort donc [Sarrazin-Petit 2010] que le modèle " $M_4 \times Z_2$ " que nous avons introduit est une approximation à très basse énergie des modèles reposant sur les murs de domaines.

Bien que le terme même de brane provienne des modèles des cordes et supercordes [Horova-Witten 1996a, Horova-Witten 1996b], la présente approche est plus générale. En effet, bien qu'il existe toujours une description d'une brane au sens des cordes en terme de mur de domaine à basse énergie, la réciproque n'est pas vraie [Szabo 2004].

Considérons, par exemple, un univers à deux branes constitué de deux murs de domaine (correspondant à deux solitons "kink" d'un champ scalaire  $\Phi$ ) sur une variété continue  $M_4 \times R_1$  (cf. figure 8.2). Le lagrangien correspondant est donné par :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{M_4 \times R_1} = & -\frac{1}{4G^2} \mathcal{F}_{AB} \mathcal{F}^{AB} + \frac{1}{2} (\partial_A \Phi) (\partial^A \Phi) - V(\Phi) \\ & + \bar{\Psi} \left( i \Gamma^A (\partial_A + i \mathcal{A}_A) - \lambda \Phi \right) \Psi \end{aligned} \quad (9.1)$$

où  $\mathcal{F}_{AB} = \partial_A \mathcal{A}_B - \partial_B \mathcal{A}_A$ .  $\mathcal{A}_A$  est le champ de jauge  $U(1)$  du *bulk* avec la constante de couplage  $G$ .  $\Phi$  est le champ scalaire. Le potentiel  $V(\Phi)$  est supposé permettre l'existence de solutions de type soliton-kink, *i.e.* de murs de domaine correspondant au concept de Rubakov et Shaposhnikov (cf. figure 9.1) [Rubakov-Shaposhnikov 1983].  $\Psi$  est le champ de matière fermionique sans masse.  $\Psi$  est couplé au champ scalaire  $\Phi$  *via* un couplage de Yukawa  $\lambda \bar{\Psi} \Phi \Psi$  avec  $\lambda$  la constante de couplage associée.



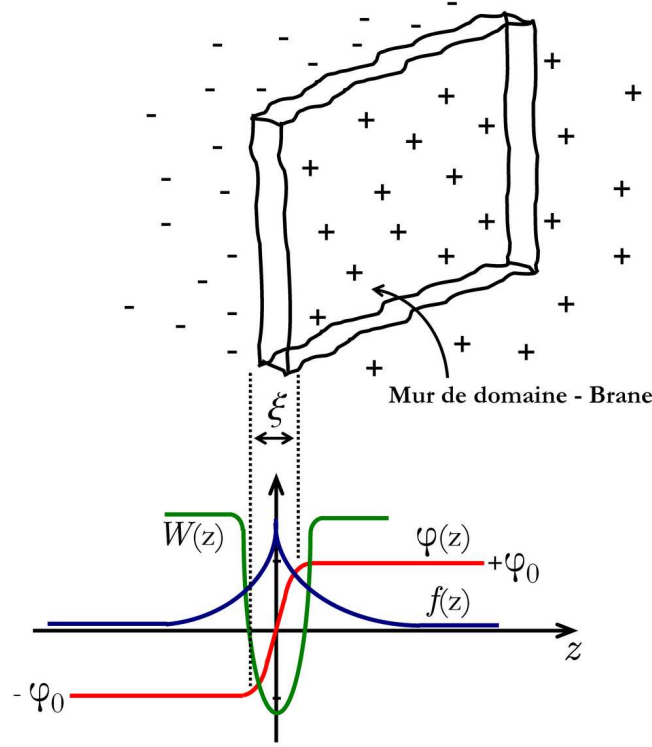


FIGURE 9.1 – Concept de mur de domaine. Dans un *bulk* à  $N$  dimensions, ici  $N = 5$ , on considère un champ scalaire  $\phi$  suivant une théorie  $\phi^4$ . Le champ scalaire présente une solution qui correspond à un soliton kink (courbe en rouge). Le champ scalaire est couplé à un champ fermionique sans masse qui perçoit alors un potentiel effectif  $W(z)$  (en vert) lié au champ scalaire. Le champ fermionique se localise alors autour du kink ( $f(z)$  en bleu) et acquiert une masse effective. La zone du kink d'épaisseur  $\xi$  constitue le mur de domaine, *i.e.* une brane présentant un champ de fermion massif.

Un espace phénoménologique effectif discret à deux points  $Z_2$  peut alors remplacer l'extra-dimension réelle (par opposition à effective) continue  $R_1$ . Ce résultat est obtenu à partir d'une approche inspirée par la construction des orbitales moléculaires en chimie quantique [Cohen-Tannoudji *et al.* 1997], ici étendue aux états liés fermioniques sur les branes.

Sur le principe, on construit les solutions  $\Psi$  de forme générale typique :

$$\Psi = f_+(z)\psi_+(x) + f_-(z)\psi_-(x)$$

où les fonctions  $f_{\pm}(z)$  correspondent aux états localisés sur chaque brane (+) ou (-). Ainsi, on considère l'hamiltonien  $\mathcal{H}$  de Dirac associé au champ  $\Psi$  et tel que :  $i\partial_0\Psi = \mathcal{H}\Psi$  avec :

$$H = -i\gamma^0\gamma^\eta (\partial_\eta + i\mathcal{A}_\eta) - \gamma^0\gamma^5 (\partial_z + i\mathcal{A}_z) + \gamma^0\lambda\Phi + \mathcal{A}_0 \quad (9.2)$$

Il est alors possible de construire un hamiltonien effectif  $H$  tel que :

$$i\partial_0 \begin{pmatrix} \psi_+(x) \\ \psi_-(x) \end{pmatrix} = H \begin{pmatrix} \psi_+(x) \\ \psi_-(x) \end{pmatrix} \quad (9.3)$$

avec

$$\begin{aligned}
H &= \frac{1}{1 - |\int f_+^*(z) f_-(z) dz|^2} \\
&\times \begin{pmatrix} 1 & -\int f_+^*(z) f_-(z) dz \\ -\int f_-^*(z) f_+(z) dz & 1 \end{pmatrix} \\
&\cdot \begin{pmatrix} \int f_+^*(z) \mathcal{H} f_+(z) dz & \int f_+^*(z) \mathcal{H} f_-(z) dz \\ \int f_-^*(z) \mathcal{H} f_+(z) dz & \int f_-^*(z) \mathcal{H} f_-(z) dz \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{9.4}$$

De cette manière, on construit une équation de Dirac à deux branes [Sarrazin-Petit 2010].

En chaque point de l'extra-dimension discrète  $Z_2$  il y a alors un espace-temps quadri-dimensionnel  $M_4$  avec sa métrique propre. Les deux branes peuvent alors être considérées comme séparées par une distance phénoménologique  $\delta = 1/g$ .  $g$  est proportionnelle à une intégrale de recouvrement des fonctions d'onde fermioniques de chaque 3-brane le long de l'extra-dimension  $R_1$  [Sarrazin-Petit 2010]. Dans la suite, notre monde branaire visible (et respectivement le monde branaire caché) sera étiqueté (+) (et respectivement (-)). On montre alors qu'un lagrangien effectif  $M_4 \times Z_2$  peut être défini, tel que [Sarrazin-Petit 2012] :

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{M_4 \times Z_2} &= -\frac{1}{4e^2} \mathcal{F}_{+\mu\nu} \mathcal{F}_+^{\mu\nu} - \frac{1}{4e^2} \mathcal{F}_{-\mu\nu} \mathcal{F}_-^{\mu\nu} \\
&\quad - \varepsilon \mathcal{F}_{+\mu\nu} \mathcal{F}_-^{\mu\nu} + \bar{\Psi} (i \not{D}_A - M) \Psi
\end{aligned} \tag{9.5}$$

et à partir duquel on obtient une équation de Dirac pour un univers à deux branes :

$(i \not{D}_A - M) \Psi = 0$ , tel que [Sarrazin-Petit 2010] :

$$\begin{pmatrix} i\gamma^\mu (\partial_\mu + iqA_\mu^+) - m & ig\gamma^5 - im_r + i\gamma^5 \Upsilon \\ ig\gamma^5 + im_r + i\gamma^5 \bar{\Upsilon} & i\gamma^\mu (\partial_\mu + iqA_\mu^-) - m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_+ \\ \psi_- \end{pmatrix} = 0 \tag{9.6}$$

où  $\psi_\pm$  sont les fonctions d'onde dans les deux branes ( $\pm$ ).  $A_\mu^\pm$  (et respectivement  $\mathcal{F}_{\pm\mu\nu}$ ) sont les quadri-potentiels électromagnétiques (et respectivement les tenseurs du champ électromagnétique) dans chaque brane ( $\pm$ ).  $\Upsilon$  est un terme correspondant à un potentiel pseudo-scalaire du champ électromagnétique et explicité par la suite.  $e$  et  $\varepsilon$  sont les constantes de couplage effectives.  $m$  est la masse du fermion lié sur la brane. Le terme non diagonal en  $m_r$  est spécifique d'un univers avec deux murs de domaine. L'opérateur dérivatif est donné par :  $D_\mu = \mathbf{1}_{8 \times 8} \partial_\mu$  ( $\mu = 0, 1, 2, 3$ ) et  $D_5 = ig\sigma_2 \otimes \mathbf{1}_{4 \times 4}$ , et l'opérateur de Dirac est défini par  $\not{D} = \Gamma^N D_N = \Gamma^\mu D_\mu + \Gamma^5 D_5$  où :  $\Gamma^\mu = \mathbf{1}_{2 \times 2} \otimes \gamma^\mu$ ,  $\Gamma^5 = \sigma_3 \otimes \gamma^5$ .  $\gamma^\mu$  et  $\gamma^5 = i\gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3$  sont les matrices de Dirac usuelles et  $\sigma_k$  ( $k = 1, 2, 3$ ) les matrices de Pauli. On note alors que l'équation (9.6) est spécifique d'un espace-temps bi-feuillet  $M_4 \times Z_2$  non commutatif [Sarrazin-Petit 2010] et peut se déduire de manière phénoménologique [Sarrazin-Petit 2005, Petit-Sarrazin 2005] en se basant sur des approches similaires [Connes 1994, Gracia *et al.* 1998, Kase *et al.* 2001, Kase *et al.* 1999, Lizzi *et al.* 1998, Lizzi *et al.* 1997, Viet-Wali 2003, Viet-Wali 1996] utilisées dans certaines descriptions du Modèle Standard.

Concernant le champ électromagnétique, nous avons prouvé [Sarrazin-Petit 2010] que le champ de jauge  $U(1)$  penta-dimensionnel lié au *bulk* doit être substitué par un champ de jauge effectif  $U(1)_+ \otimes U(1)_-$  dans l'espace-temps  $M_4 \times Z_2$  (*cf.* figure 8.2).  $U(1)_+$  est le groupe de jauge du champ de photons localisé dans notre brane visible, tandis que  $U(1)_-$  correspond au champ de photons localisé dans la brane cachée. Dans ce cas, le mécanisme dit de Dvali-Gabadadze-Shifman [Dvali *et al.* 2001, Dvali *et al.* 2000] permet la localisation des champs de jauge sur les branes. En effet, l'action d'interaction 5D entre le champ de matière et le champ de jauge  $U(1)$  est donnée par :

$$S_{\text{int}} = - \int d^4x dz J_A(x, z) \mathcal{A}^A(x, z) = - \int d^4x dz \bar{\Psi}(x, z) \Gamma_A \Psi(x, z) \mathcal{A}^A(x, z) \quad (9.7)$$

En conséquence, l'action résiduelle décrivant de manière effective l'interaction entre le champ de matière localisé et le champ vectoriel 5D de jauge est :

$$S_{\text{int}} = - \int d^4x \bar{\psi}(x) \gamma_\mu \psi(x) a^\mu(x) \quad (9.8)$$

où  $a^\mu(x)$  est un quadri-potentiel vecteur effectif défini par :

$$a^\mu(x) = \int f^*(z) \mathcal{A}^\mu(x, z) f(z) dz \quad (9.9)$$

où  $a^\mu(x)$  agit comme un champ de jauge  $U(1)$  dans un espace-temps 4D. Le lagrangien d'interaction conduit également à des termes cinétiques supplémentaires induits par les processus décrits par des diagrammes à 1 boucle associés aux fermions localisés, diagrammes dotés de deux jambes externes  $a_\mu(x)$  [Dvali *et al.* 2001, Dvali *et al.* 2000] (*cf.* figure 9.2).

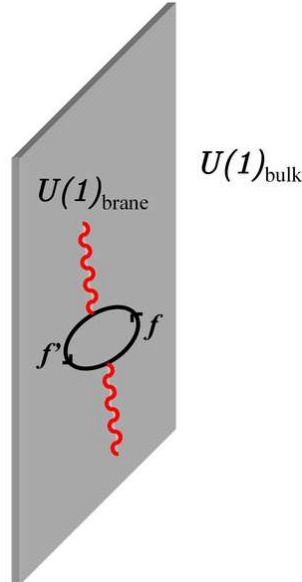


FIGURE 9.2 – Schéma du diagramme à la base du mécanisme Dvali–Gabadadze–Shifman–Poratti permettant l'émergence d'un champ de jauge effectif localisé sur la brane, par rapport au champ de jauge présent dans le *bulk*.

Comme deux branes sont considérées, le champ de jauge du *bulk*  $\mathcal{A}_A$  se divise en deux contributions  $A_\mu^\pm$  [Sarrazin-Petit 2010]. Dès lors le champ électromagnétique

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} iq\gamma^\mu A_\mu^+ & \gamma^5 \Upsilon \\ \gamma^5 \bar{\Upsilon} & iq\gamma^\mu A_\mu^- \end{pmatrix} \quad (9.10)$$

peut être introduit dans l'équation de Dirac *via*  $\mathcal{D}_A \rightarrow \mathcal{D} + \mathcal{A}$ , compte tenu du groupe de jauge  $U(1)_+ \otimes U(1)_-$ . On a posé

$$\begin{cases} \Upsilon = \varphi + \gamma^5 \phi \\ \bar{\Upsilon} = \varphi^* - \gamma^5 \phi^* \end{cases} \quad (9.11)$$

où  $\varphi$  et  $\phi$  sont les composantes scalaires du champ  $\Upsilon$  et  $\bar{\Upsilon} = \gamma^0 \Upsilon^\dagger \gamma^0$ .

On note que l'équivalence soulevée entre les modèles d'univers à deux branes et les espace-temps bi-feuillet non commutatifs est générale et ne dépend ni des propriétés des murs de domaine, ni de la dimensionnalité du *bulk*.



## Chapitre 10

# Interprétation et phénoménologie

A partir de notre description des univers à deux branes, on peut facilement retrouver certaines des interactions attendues les plus connues entre particules et particules cachées tels que le mélange cinétique entre photons et photons cachés, ou le couplage de masse. A cela s'ajoute un couplage inédit explicité ci-après (*cf.* figure 10.1).

### Mélange cinétique entre photon et photon caché (ou miroir)

Si on considère un univers constitué de deux mondes branaires, il est naturel, comme on l'a vu, de considérer une théorie de jauge  $U(1)_+ \otimes U(1)_-$ . Bien que chaque champ de photon soit localisé dans sa propre brane, ils subissent mutuellement un mélange cinétique exprimé par le lagrangien (voir Eq.(9.5)) :

$$\mathcal{L}_k = -\varepsilon \mathcal{F}_{+\mu\nu} \mathcal{F}_{-}^{\mu\nu} \quad (10.1)$$

avec  $\varepsilon$  la constante de couplage associée. Concrètement, un photon caché peut être aussi bien un photon miroir ou pseudo-photon par exemple. La relation entre un tel couplage et une description branaire a déjà été soulevée dans le contexte des modèles de supercordes : un champ de jauge  $U(1)$  sur une brane cachée est couplé au champ de photon  $U(1)$  de notre brane *via* un processus à une boucle [Abel-Schofield 2004].

Nous ne discutons pas ici de la phénoménologie du couplage cinétique, lequel a été largement étudié par d'autres auteurs [Foot-Volkas 2001]. On notera simplement qu'un type spécifique de couplage entre matière et matière cachée peut émerger du fait de l'existence du mélange cinétique entre photon et photon caché. On peut par exemple l'illustrer très naïvement pour les oscillations qui pourraient exister entre positronium et positronium caché. En effet, le positronium (qui est un état lié entre un électron et un positon) peut se désintégrer sous forme de photons. Puisque les photons sont couplés aux photons cachés (lesquels peuvent se matérialiser en positronium caché) cela permet l'existence d'un couplage entre positronium et positronium caché. Ce couplage au second ordre existe pour les particules neutres uniquement. Dans la suite de cet exposé, on se focalisera sur d'autres types de couplages entre matière et matière cachée.

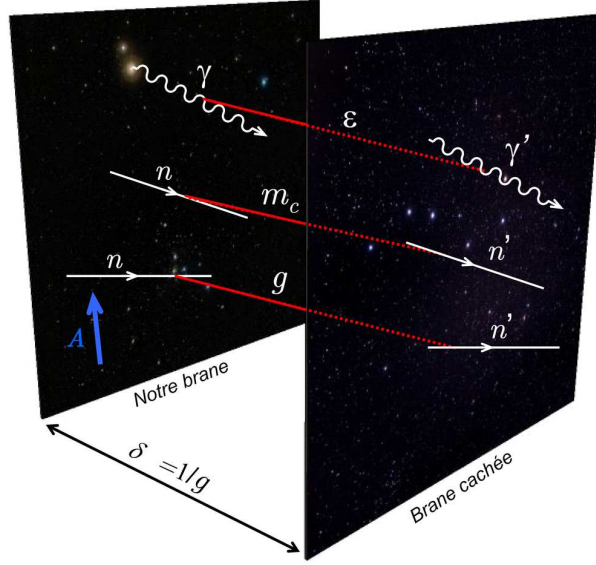


FIGURE 10.1 – Schéma des différents mécanismes de couplage existant entre deux branes à basse énergie. Couplage cinétique entre deux champs de photons *via* une constante de couplage  $\epsilon$ . Couplage de masse entre deux champs neutroniques *via* une constante de couplage  $m_c$ . Couplage géométrique entre deux champs neutroniques *via* une constante de couplage  $g$  et sous influence d'un potentiel magnétique vecteur  $\mathbf{A}$ .

## Couplages de masse et géométrique

On se focalise ici sur les échanges entre matière et matière cachée. Les composantes non diagonales dans l'équation de Dirac à deux branes (9.6) sont associées à trois termes :  $ig\gamma^5$ ,  $-im_r$  et  $i\gamma^5\Upsilon$ .

i. Le premier terme  $ig\gamma^5$  est un couplage géométrique. Il est spécifique au formalisme des mondes branaires. En effet, comme explicité ci-dessus,  $g$  est proportionnel à une intégrale de recouvrement des fonctions d'onde fermioniques extra-dimensionnelles associées à chaque 3-brane à travers la cinquième dimension  $R_1$ . L'influence remarquable de ce terme est discuté par la suite.

ii. Le second terme  $-im_r$  est un terme de couplage de masse. On peut montrer que la phénoménologie liée à ce terme est assez différente de celle provenant du couplage géométrique. Ceci provient du fait que la matrice  $\gamma^5$  n'est pas présente dans le terme de couplage de masse. Le couplage de masse est souvent considéré pour les couplages entre neutron et neutron miroir, neutrino et neutrino miroir ou pour des couplages plus généraux avec des secteurs cachés. Notre approche branaire, impliquant l'existence d'au moins deux mondes branaires, est totalement compatible avec ces autres travaux d'autres auteurs [Berezhiani 2009, Foot-Volkas 2000]. Ceci est en partie lié au fait qu'il n'y a pas d'hypothèse restrictive sur la nature exacte des murs de domaine considérés. En effet, si un mur est un soliton-kink qui ne supporte que des neutrinos gauches, alors le second mur peut très bien être un soliton-antikink doté de neutrinos droits. A l'opposé, on peut aussi imaginer une paire de murs de domaine où les particules ont la même

parité. On notera que dans les références mentionnées, les particules neutres sont généralement considérées. Notre approche est plus générale et est totalement applicable à n'importe quelle particule de spin 1/2 du Modèle Standard, qu'elle soit neutre ou chargée.

Un autre point qui mérite une certaine attention concerne les neutrinos. Dans le présent modèle, le couplage entre neutrino et neutrino caché est possible uniquement à travers un couplage de masse. En effet, le couplage géométrique n'est possible que pour des particules dotées d'un moment magnétique (voir section 10). Néanmoins, on gardera à l'esprit que certaines approches se questionnent sur la possibilité pour le neutrino de disposer d'un moment magnétique [Bell *et al.* 2005, Voloshin 2010].

iii. Le troisième terme  $i\gamma^5\Upsilon$  peut être considéré comme une forme de couplage "électromagnétique" résultant du champ de jauge  $U(1)_+ \otimes U(1)_-$ . Toutefois, ce couplage ne doit pas être confondu avec le couplage résultant du mélange cinétique des photons. Par ailleurs, l'existence du terme  $i\gamma^5\Upsilon$  est étroitement associé aux termes en  $ig\gamma^5$  et  $-im_r$ . En effet, si  $g = 0$  et  $m_r \neq 0$ , alors  $i\gamma^5\Upsilon$  se réduit à  $i\phi$ , alors que si  $g \neq 0$  et  $m_r = 0$ , il se réduit à  $i\gamma^5\varphi$ . Si  $g = 0$  et  $m_r = 0$ , le terme en  $\Upsilon$  n'est pas requis et n'apparaît pas. De plus, on montre que  $|\varphi|$  (respectivement  $|\phi|$ ) doit présenter une amplitude comparable à celle de  $g$  (respectivement  $m_r$ ) [Sarrazin-Petit 2010]. En conséquence, l'équation de Dirac à deux branes (9.6) peut être réécrite sous une forme plus pertinente, *i.e.* :

$$\begin{pmatrix} i\gamma^\mu(\partial_\mu + iqA_\mu^+) - m & i\tilde{g}\gamma^5 - i\tilde{m}_r \\ i\tilde{g}^*\gamma^5 + i\tilde{m}_r^* & i\gamma^\mu(\partial_\mu + iqA_\mu^-) - m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_+ \\ \psi_- \end{pmatrix} = 0 \quad (10.2)$$

avec

$$\begin{cases} \tilde{g} = g + \varphi \\ \tilde{m}_r = m_r - \phi \end{cases} \quad (10.3)$$

où l'on a juste remplacé  $\Upsilon$  et les constantes de couplage  $g$  et  $m_r$  par les paramètres de couplage effectifs  $\tilde{g}$  et  $\tilde{m}_r$ . La composante de champ de jauge  $\Upsilon$  agit alors comme une correction aux termes de couplages de masse et géométrique. Enfin, sans perte de généralité, on pourra considérer que  $\tilde{g} \approx g$  et  $\tilde{m}_r \approx m_r$  puisque  $|\varphi|$  (respectivement  $|\phi|$ ) ne doit pas excéder les valeurs de  $g$  (respectivement de  $m_r$ ) comme expliqué précédemment [Sarrazin-Petit 2010]. Ce choix permet de considérablement simplifier le modèle pour en dégager l'aspect essentiel de sa phénoménologie.

## Couplages de masse et géométrique dans la limite non relativiste

Il est maintenant pertinent de calculer la limite non relativiste de l'équation de Dirac à deux branes. En effet, la limite non relativiste conduit à une remarquable équation de Pauli généralisée pour un univers à deux branes, et dont la structure simplifie l'analyse des conséquences phénoménologiques de l'existence d'une brane cachée. Cette équation de Pauli à deux branes peut s'exprimer selon :  $i\hbar\partial_t\Psi = \{\mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_{cm} + \mathbf{H}_c\}\Psi$ , avec  $\mathbf{H}_0 = \text{diag}(\mathbf{H}_+, \mathbf{H}_-)$  et  $\Psi = \begin{pmatrix} \psi_+ \\ \psi_- \end{pmatrix}$ . Ici,



$\psi_{\pm}$  sont les spineurs de Pauli associés à chaque composante de la fonction d'onde dans chaque brane. On note que  $\mathbf{H}_{\pm}$  sont les hamiltoniens de Pauli quadri-dimensionnels usuels et exprimés indépendamment dans chaque monde branaire. De plus, deux nouveaux termes fondamentaux apparaissent (en unités naturelles) :

$$\mathbf{H}_c = \begin{pmatrix} 0 & im_rc^2 \\ -im_rc^2 & 0 \end{pmatrix} \quad (10.4)$$

qui est simplement le terme de couplage de masse, et

$$\mathbf{H}_{cm} = ig\mu \begin{pmatrix} 0 & -\sigma \cdot \{\mathbf{A}_+ - \mathbf{A}_-\} \\ \sigma \cdot \{\mathbf{A}_+ - \mathbf{A}_-\} & 0 \end{pmatrix} \quad (10.5)$$

où  $\mathbf{A}_{\pm}$  sont les potentiels magnétiques vecteurs dans les branes ( $\pm$ ) et  $\mu$  est le moment magnétique de la particule.  $\mathbf{H}_{cm}$  correspond ainsi à un couplage géométrico - électromagnétique. On a ainsi un paramètre de couplage effectif qui dépend clairement du potentiel magnétique de chaque brane.

Il est intéressant de souligner en quoi la physique d'un univers à deux branes est particulièrement pertinente pour tester l'hypothèse du concept de monde branaire. *Grosso modo*, les collisionneurs peuvent sonder l'épaisseur  $\xi$  des branes et la physique correspondante se situe à une énergie  $E \propto 1/\xi$ . En revanche, dans la physique à deux branes, on peut tester la physique liée à la constante de couplage  $g$  qui peut être approximée par l'expression [Sarrazin-Petit 2010] :

$$g \sim (1/\xi) \exp(-kd/\xi) \quad (10.6)$$

avec  $d$  la distance réelle entre les deux branes dans le *bulk*, et  $k$  est une constante de l'ordre de 1. Considérons maintenant, par exemple, une constante de couplage  $g \approx 10^{-3} \text{ m}^{-1}$ . Une telle valeur est cohérente avec les contraintes expérimentales connues [Sarrazin *et al.* 2012]. Pour des branes accessibles à l'échelle du TeV, la valeur de  $g$  ci-dessus est atteinte pour  $d \approx 50\xi$ . Ceci autorise l'existence d'une nouvelle physique accessible dans les collisionneurs, mais également accessible aux sources de neutrons froids ou thermiques intenses (par exemple l'Institut Laue-Langevin à Grenoble en France, ou la future *European Spallation Source* à Lund en Suède). Maintenant, si on considère des branes à l'échelle de Planck, la nouvelle physique devient inaccessible aux collisionneurs ! Maintenant, si  $d \approx 87\xi$  (par exemple) la constante de couplage  $g$  demeure la même que précédemment : la nouvelle physique reste accessible pour les sources de neutrons en laboratoire. Ainsi, alors que la physique des branes pourrait être invisible au niveau des accélérateurs de particules, elle pourrait être observée dans des expériences de basse énergie utilisant des neutrons. Une telle possibilité constitue une nouveauté majeure dans ce domaine.

# Chapitre 11

## Conséquences expérimentales

### Premières ébauches

D'une manière générale, l'hamiltonien  $\mathbf{H}_{cm}$  conduit à des effets prédominants par rapport à  $\mathbf{H}_c$  [Sarrazin-Petit 2012] et permet de prédire un effet correspondant à une disparition d'une particule (par exemple un neutron) depuis la perspective d'un observateur localisé dans notre univers visible (notre monde branaire). En contrepartie un observateur dans une brane cachée observerait l'apparition spontanée de cette particule dans son univers. Nous avons baptisé ce mécanisme *matter swapping*. Ce mécanisme, qui est un effet typiquement quantique, pourrait être expérimentalement démontré. Le modèle n'est donc pas seulement théorique : il peut être expérimentalement examiné. Plus précisément, le modèle permet d'envisager la possibilité qu'un fermion initialement présent dans notre brane puisse être transféré dans une autre brane sous l'influence d'un potentiel vecteur magnétique irrotationnel (*i.e.* associé à un champ magnétique nul ou quasi-nul). Un tel type de potentiel magnétique peut être obtenu en faisant écran à un champ magnétique à l'aide d'un blindage supraconducteur (comme dans les expériences concernant l'effet Aharonov-Bohm) ou encore en faisant circuler un courant électrique dans un cylindre conducteur creux (le courant circulant dans le sens de l'axe du cylindre). Mais une possibilité beaucoup plus attrayante repose sur l'existence d'un potentiel magnétique vecteur d'origine astrophysique, et sera considéré ici par la suite.

Dans une première proposition d'expérience [Sarrazin-Petit 2006], il avait été suggéré que le mécanisme (impliquant le potentiel vecteur magnétique) pourrait mener à une désintégration invisible du positronium dans une seconde brane. La modification du taux de désintégration pourrait être observée dans certaines expériences telles que celles réalisées par A. Rubbia et S. Gninenko *et al.* [Foot-Gninenko 2000, Gninenko *et al.* 2003]. Toutefois, certains aspects inexplorés de la physique du positronium dans le cadre de notre modèle pourraient rendre caduque cette approche. En effet, pour un atome, on montre [Sarrazin *et al.* 2015] que le moment dipolaire électrique instantané lié aux forces de van der Waals est un frein aux oscillations d'un atome entre deux branes. Il est possible qu'un effet similaire pour "l'atome" de positronium puisse conduire au même résultat.

D'autres expériences ont été suggérées reposant sur l'utilisation de neutrons comme particules tests. Pour l'une de ces expériences [Sarrazin-Petit 2011], il a été montré qu'un effet résonant pouvait stimuler un transfert de neutrons entre deux branes sous l'action d'une onde électromagnétique appropriée. Cette approche est basée sur la possibilité offerte par le modèle de pouvoir déconfiner la matière localisée sur les branes à travers un mécanisme résonant [Sarrazin-Petit 2007]. Ainsi, on propose de soumettre un gaz de neutrons ultrafroids à une onde électromagnétique cohérente et d'observer la variation du taux de désintégration des neutrons en fonction de la fréquence de l'onde [Sarrazin-Petit 2011]. Actuellement, bien qu'à portée technologique, cette expérience demeure quelque peu onéreuse à concevoir, puisqu'elle nécessite de disposer de sources de type "peigne de fréquences" dans le domaine UV-X. Aussi, nous nous sommes tournés vers des expériences passives plus accessibles dans un premier temps. Ces expériences reposent sur l'existence d'un potentiel magnétique vecteur d'origine astrophysique, et je détaillerai celles-ci ci-après.

## Vers des expériences concrètes : mesure de la probabilité de *swapping*

Si on considère un neutron initialement localisé dans notre monde branaire visible, on peut calculer sa probabilité de présence  $P$  dans une brane adjacente cachée. On montre que [Sarrazin-Petit 2010] :

$$P = \frac{4\Omega^2}{\eta^2 + 4\Omega^2} \sin^2 \left( (1/2) \sqrt{\eta^2 + 4\Omega^2} t \right) \quad (11.1)$$

avec  $\eta = |V_+ - V_-|/\hbar$  et  $\Omega = g\mu A_{amb}/\hbar$ . Ici,  $V_{\pm}$  sont les potentiels gravitationnels ressentis par le neutron dans l'une et l'autre brane, puisque les répartitions de matière y sont *a priori* différentes. De plus on a posé :  $\mathbf{A}_{amb} = \mathbf{A}_{amb,+} - \mathbf{A}_{amb,-}$  comme étant la différence entre les potentiels magnétiques vecteurs ambiants dans chaque brane, tels que  $\nabla \times \mathbf{A}_{amb} \approx \mathbf{0}$  (*i.e.* les champs magnétiques sont négligeables).

L'estimation de  $A_{amb}$  peut être faite à partir de  $A_{amb,+}$ , le potentiel magnétique vecteur local (*i.e.* dans le système solaire) dans notre brane. Cette quantité a été estimée par d'autres auteurs dans le cadre d'autres problèmes, notamment liés aux contraintes sur la masse du photon [Lakes 1998, Luo *et al.* 2000]. Son origine physique est à relier à celle des champs magnétiques d'origine galactique. On peut ainsi estimer par exemple  $A_{amb} \approx 2 \times 10^9$  T.m.

Par ailleurs, l'estimation du potentiel gravitationnel peut se faire à partir du recensement des objets massifs du système solaire et au-delà. Pour un neutron, on montre que le Soleil, la Terre et la Lune contribuent respectivement pour 9 eV, 0.65 eV et 0.1 meV à la valeur de  $\eta$ . Au final, on peut montrer que la contribution majeure vient du noyau galactique de la Voie Lactée avec 500 eV environ [Sarrazin-Petit 2007]. De même, la rotation de la Terre autour du Soleil, entraîne une variation de  $\eta$  telle que  $\Delta\eta \approx 0.31$  eV sur une année. Ceci étant dû à la variation de la distance Terre-Soleil entre l'aphélie et le périhélie. On note que l'on fait l'hypothèse ici qu'il n'y a pas d'autres répartitions de masses significatives dans l'autre brane. Ainsi, il convient de considérer  $\eta$  plus comme un paramètre à explorer que comme une donnée fixée. Quoi qu'il en

soit, on s'attend donc à ce que  $\eta \gg \Omega$ , et de fait que  $P$  présente des oscillations de très haute fréquence avec une amplitude très petite. Ainsi, une grandeur intéressante à considérer est la probabilité moyenne  $p$  de transfert dans une brane cachée, donnée par :

$$p = \langle P \rangle \sim \frac{2\Omega^2}{\eta^2} \quad (11.2)$$

Cette quantité  $p$  est intéressante dès lors que l'on considère des collisions entre des neutrons et une cible. Considérant en première approche la cible comme un instrument de mesure, à chaque collision, la fonction d'onde est réduite soit dans l'état "neutron dans notre brane" avec une probabilité  $1 - p$ , soit dans l'état "neutron dans la brane cachée" avec une probabilité  $p$ . La probabilité  $p$  est donc mesurable dans le cadre des expériences envisagées.

## Premières contraintes expérimentales et expériences en cours

Les résultats qui suivent sont le fruit de ma collaboration initiée en 2011 avec Guillaume Pignol du Laboratoire de Physique Subatomique et de Cosmologie (LPSC) de l'Université Grenoble-Alpes. Cette rencontre fait suite à la publication de l'article [Sarrazin-Petit 2011].

La première des expériences passives envisagées repose sur un simple comptage de neutrons ultra-froids stockés dans une enceinte [Sarrazin *et al.* 2012]. La fréquence de collision  $\gamma$  des neutrons sur les parois de l'enceinte étant connue, il est possible d'en déduire le taux de fuite  $\Gamma = \gamma p$  par *swapping*. Ce travail a fait l'objet d'une publication ([Sarrazin *et al.* 2012] présentée en annexe) reposant sur une exploitation de diverses mesures déjà existantes et issues d'expériences antérieures réalisées dans le contexte d'autres problématiques. On peut ainsi contraindre la valeur de  $\Gamma$ , et donc de  $p$ , en déterminant l'écart entre les fuites mesurées  $\Gamma_m$  et les fuites attendues  $\Gamma_{th}$  dues par exemple à la désintégration du neutron, ou à son absorption par les parois de l'enceinte après thermalisation. Dans ce contexte, on trouve que [Sarrazin *et al.* 2012] :

$$p < 7 \times 10^{-6} \quad (\text{à } 95\%) \quad (11.3)$$

La seconde expérience en revanche, est une expérience spécialement dédiée à notre problème. Elle a été décrite dans un article récent [Sarrazin *et al.* 2015] et réalisée au cours du mois de juillet 2015. L'article synthétisant nos résultats est en cours d'écriture au moment où j'écris ces lignes. L'expérience ainsi réalisée (nommée MURMUR) implique le département de physique de l'UNamur et l'ILL dans le cadre du TRANSNI (Trans-National Neutron Initiative) *via* BELSPO (service public de programmation politique scientifique fédérale belge). MURMUR est conduite à mon initiative avec l'aide de Guy Terwagne et Paul-Louis Debarsy du Laboratoire d'Analyses par Réactions Nucléaire (LARN) du département de physique de l'UNamur. La conception et la réalisation de cette expérience implique également Guillaume Pignol, Jacob Lamblin, Jonhathan Pinon et Olivier Méplan du LPSC, ainsi que Valery Nesvizhevsky de l'ILL.

A partir, d'un formalisme basé sur la matrice densité, on étudie la dynamique de collision de neutrons thermiques dans un milieu matériel. On montre alors qu'un flux de neutrons thermiques

$\Phi_+$  dans notre monde, permet de fournir une source  $S_-$  de neutrons cachés lorsqu'ils entrent en collision avec un milieu de section efficace élastique macroscopique  $\Sigma_E$  (et à la condition que  $\Sigma_E \gg \Sigma_I$ , où  $\Sigma_I$  est la section efficace inélastique). On a alors :

$$S_- = \frac{1}{2} p \Sigma_E \Phi_+ \quad (11.4)$$

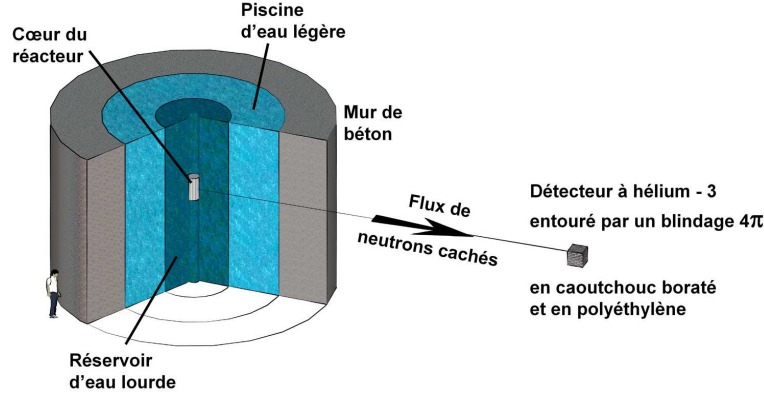


FIGURE 11.1 – Schéma de principe de l'expérience MURMUR. Un réacteur nucléaire (ici de l'Institut de Laue-Langevin à Grenoble) fournit une source de neutrons thermiques, dont les collisions avec l'eau lourde induisent la production de neutrons cachés dans une brane adjacente. Un détecteur blindé est conçu et disposé pour détecter les neutrons cachés réémergents dans notre brane visible.

Dans ces conditions, un réacteur nucléaire (voir figure 11.1) devrait être une source idéale de neutrons cachés, en considérant un coeur nucléaire entouré successivement d'eau lourde et légère. Le flux  $\Phi_-$  de neutrons cachés dans l'autre brane est donné par :

$$\Phi_-(\mathbf{r}) = \frac{p}{8\pi} \int_{V_R} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \Sigma_E(\mathbf{r}') \Phi_+(\mathbf{r}') d^3 r'. \quad (11.5)$$

où  $V_R$  est le volume autour du coeur. Dans le cas du réacteur de l'Institut Laue-Langevin (ILL), on note que le bassin d'eau lourde sera le principal responsable de la production de neutrons cachés.

Vient ensuite la question de la détection, basée en quelque sorte sur le principe inverse de la production de neutrons cachés. En effet, un neutron caché a une probabilité  $p$  d'interagir avec un noyau d'atome présent dans notre brane. Ainsi, toujours en utilisant un formalisme de matrice densité, on montre que le nombre d'événements détectés par seconde  $\Gamma$  dans un détecteur de volume  $V_D$  est donné par :

$$\Gamma = \frac{1}{2} p \Sigma_A \Phi_- V_D \quad (11.6)$$

où  $\Sigma_A$  est la section efficace macroscopique d'absorption pour le milieu utilisé dans le détecteur, par exemple du trifluorure de bore ( $\text{BF}_3$ ) ou de l'hélium-3. Dans l'expérience en cours de réalisation, on utilise un volume de  $36 \text{ cm}^3$  d'hélium-3 à une pression de 4 atm. Le détecteur

sera placé à une dizaine de mètres du coeur du réacteur de l'ILL. Le détecteur est blindé sur  $4\pi$  stéradians par 3 cm de caoutchouc boraté (40% en masse) servant à bloquer les neutrons thermiques environnants constituant un bruit de fond indésirable. Le blindage est éventuellement complété par du polyéthylène afin de modérer les neutrons épithermiques et rapides. De fait, les neutrons cachés doivent conduire à un fond neutronique indépendant du blindage. Le résultat espéré est présenté dans les figures 11.2 et 11.3. On espère ainsi mesurer une contrainte sur  $p$  meilleure d'un à deux ordres de grandeur par rapport à l'estimation précédente de  $p < 7 \times 10^{-6}$ .

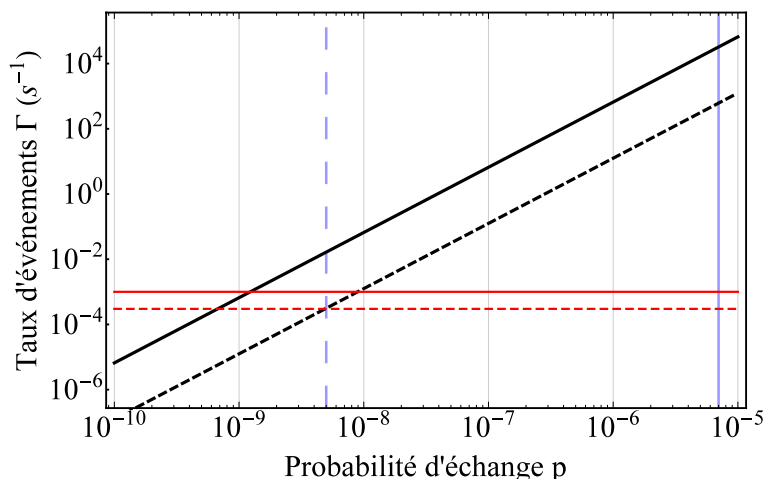


FIGURE 11.2 – Taux d'événements attendus dans l'expérience MURMUR en fonction de la probabilité de *swapping* possible (ligne noire). La ligne horizontale rouge correspond au seuil de bruit attendu. La barre verticale bleue correspond à la limite basse de la contrainte actuelle. Dans le cadre d'expériences réalisées dans un contexte différent [Nesvizhevsky et al 2000], on peut poser une limite test. Néanmoins, une expérience dédiée sera nécessaire pour fixer rigoureusement les conditions expérimentales et donc poser une contrainte fiable. La ligne noire pointillée correspond au taux d'événements attendus compte tenu des détecteurs considérés [Nesvizhevsky et al. 2000]. La ligne rouge pointillée correspond au seuil de bruit mesuré [Nesvizhevsky et al. 2000]. La ligne bleue verticale pointillée indique la limite basse de la contrainte que l'on pourrait déduire de l'expérience de la référence [Nesvizhevsky et al. 2000].

Pour terminer, on notera que dans un autre article [Petit-Sarrazin 2007], notre modèle a été prolongé en considérant que les deux mondes branaires puissent présenter des facteurs d'échelles différents. En dépit d'étalons de longueurs différents, la physique est localement la même dans chacun des deux mondes (on peut vivre dans l'une ou l'autre brane sans qu'il n'y ait aucune différence du point de vue phénoménologique). Les effets possibles d'une telle configuration ne peuvent être mis en évidence qu'à la condition de passer d'une brane à l'autre. Ainsi, une particule passant de notre monde à un autre, puis revenant après un certain temps passé à se propager dans la brane cachée pourra sembler avoir voyagé plus vite que ne l'aurait fait la lumière dans notre seul feuillet (ce résultat est établi en considérant uniquement le formalisme quantique sans calculs de géodésiques, comme dans l'article de Chung et Freese [Chung-Freese 2000]). Par ailleurs le mécanisme par lequel la particule accède à une autre brane est totalement spécifique à notre approche. On montre ainsi qu'un fermion accédant à une brane plus contractée que celle dont il est issu, présente une augmentation de sa vitesse par rapport à sa valeur initiale dans la

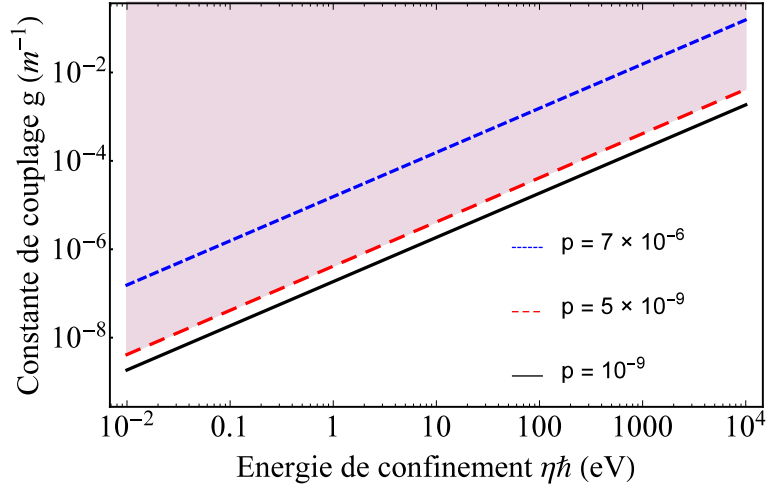


FIGURE 11.3 – Contraintes sur la constante de couplage  $g$ . Ligne pointillée bleue : contrainte précédemment publiée [Sarrazin *et al.* 2012]. Ligne pointillée rouge : limite estimée à partir des données de la référence [Nesvizhevsky *et al.* 2000]. Ligne noire : contrainte espérée dans le cadre de l’expérience MURMUR [Sarrazin *et al.* 2015].

première brane. Cette vitesse demeure cependant au-dessous de la vitesse de la lumière quelle que soient les valeurs des facteurs d’échelle (la particule ne peut jamais excéder la vitesse de la lumière quelle que soit la brane ; ainsi, il n’y a aucune violation de la causalité dans ce modèle). En outre, non seulement la vitesse de la particule est augmentée dans la deuxième brane, mais elle voyage également sur des distances plus courtes. Par suite de la distance raccourcie et de la vitesse accrue, au moment où la particule réapparaît dans la brane de départ, elle semble s’être propagée plus rapidement que la lumière. Notons qu’en dehors de la question de l’existence d’une brane cachée, cet effet ”de propagation plus rapide que la lumière” n’implique ni courbure forte de l’espace-temps, ni champs exotiques ou énergies négatives. Nous pensons que ce type de mécanisme pourrait être testé en employant un dispositif expérimental semblable à celui décrit précédemment (en déterminant le temps de vol des neutrons).

## Chapitre 12

# Conclusions et perspectives

Nous avons vu que l'existence possible d'autres mondes branaires invisibles impliquait l'existence d'un transfert de matière entre ces mondes. La possibilité de démontrer l'existence du mécanisme de transfert envisagé est remarquable. D'une part, ceci apparaîtrait comme un indice fort de l'existence d'autres branes (perspective qui est actuellement l'objet d'un intérêt croissant dans la communauté des expérimentateurs et des théoriciens). Ensuite, le mécanisme en lui-même pourrait avoir des implications dans plusieurs domaines de la physique avec des retombées dans divers domaines technologiques (physique nucléaire notamment). D'autres travaux sont actuellement en cours afin de répondre à certaines problématiques. En effet, si la contrainte sur la probabilité de transfert  $p$  (*swapping probability*) permet théoriquement de remonter à la valeur de la constante de couplage  $g$  entre branes, il est toutefois nécessaire d'affiner la connaissance des paramètres  $\eta$  (lié aux interactions gravitationnelles ambiantes) et  $A_{amb}$  (lié au potentiel magnétique vecteur ambiant). Ces deux derniers paramètres pourraient être mieux cernés à partir de modélisations et d'observations habituellement dédiées à l'astrophysique (comme par exemple pour la détermination du champ magnétique galactique). Ceci nécessitera d'élargir le champ des collaborations déjà existantes. L'intérêt de mieux préciser les domaines de valeurs possibles pour  $g$  serait de pouvoir envisager des contraintes sur certains modèles branaires. Ceci nécessite par ailleurs d'approfondir la démonstration de la conjecture précitée. En effet, la forme explicite de la constante  $g$  en fonction de l'épaisseur des branes et de la distance interbrane, n'a de sens actuellement que dans le modèle simple que nous avons utilisé pour illustrer notre démonstration. De fait, pour d'autres modèles d'univers à plusieurs branes, l'expression explicite de  $g$  reste à déterminer. C'est là un autre challenge qui reste à traiter. Enfin, on cherche également à étendre le modèle au cas d'autres interactions (gravitationnelle ou électrofaible) dans le but d'analyser plus finement les conséquences phénoménologiques de ce travail (physique des accélérateurs, désintégrations rares, ...). Dans ce contexte, un mémoire de master a été proposé dans le but de décrire la stabilité des noyaux atomiques dans les univers branaires.

Enfin, à titre plus anecdotique, j'ai pu également proposer des applications dans le contexte de la physique du solide de l'approche décrite précédemment. Ainsi, il a été montré [Sarrazin-Petit 2014] que les effets prédits pour les branes sont transposables au graphène, un cristal de



carbone bidimensionnel présentant la particularité de pouvoir supporter des fermions effectifs constituant un modèle de 2-brane. Il serait possible d'assurer un transfert d'excitons entre deux plans de graphène sous l'effet d'une contrainte électromagnétique. Ce travail est détaillé dans l'article joint en annexe. Il fait également l'objet d'investigations pratiques pour tenter d'observer une version à l'état solide des effets précédemment décrits.

## Chapitre 13

### Publications choisies



---

**Equivalence between domain-walls and "non-commutative"  
two-sheeted spacetimes : Model-independent brane-  
world phenomenology**



# Equivalence between domain-walls and "noncommutative" two-sheeted spacetimes: Model-independent matter swapping between branes

Michaël Sarrazin<sup>\*1,†</sup> and Fabrice Petit<sup>2,‡</sup>

<sup>1</sup>*Groupe d'Application des MATHématiques aux Sciences du COsmos (GAMASCO),  
University of Namur (FUNDP),*

*61 rue de Bruxelles, B-5000 Namur, Belgium*

<sup>2</sup>*Belgian Ceramic Research Centre,  
4 avenue du gouverneur Cornez, B-7000 Mons, Belgium*

We report a mathematical equivalence between certain models of universe relying on domain-walls and noncommutative geometries. It is shown that a two-brane world made of two domain-walls can be seen as a "noncommutative" two-sheeted spacetime under certain assumptions. This equivalence also implies a model-independent phenomenology which is presently studied. Matter swapping between the two branes (or sheets) is predicted through fermionic oscillations induced by magnetic vector potentials. This phenomenon, which might be experimentally studied, could reveal the existence of extra dimensions in a new and accessible way.

PACS numbers: 11.25.Wx, 11.27.+d, 02.40.Gh, 13.40.-f

## I. INTRODUCTION

During the last two decades, the possibility that our observable  $(3+1)$ -dimensional universe could be a sheet (a brane) embedded in a higher-dimensional bulk spacetime has received a lot of attention. This line of thought has shown to provide nice explanations to several puzzling phenomena such as the hierarchy between the electroweak and the Planck scales [1], the dark matter origin [2] or the cosmic acceleration [3]. Domain-wall was demonstrated as a believable mechanism to explain the trapping of the Standard Model (SM) particles on branes [4], especially fermions [5–11]. The confinement of gauge fields on lower-dimensional hypersurfaces was also investigated [12, 13]. More recent models even suggest that all Standard Model particles could be confined on the branes [14]. Therefore, finding physical evidences of extra dimensions is a major contemporary challenge. Interesting results could arise from high energy physics (Kaluza-Klein tower states [15] for instance) or low energy physics (deviations from the inverse square law of gravity [16] for instance).

In the present paper, we are mainly motivated by the quest of new phenomena at a non-relativistic energy scale. We explore how the quantum dynamics of fermions is modified when the higher-dimensional bulk contains more than only one brane. Hence, we focus on a two-brane world (related to two domain-walls) and investigate the dynamics of a massive fermion in this extended framework. It is shown that such a model is formally equivalent to a two-sheeted spacetime (a product manifold  $M_4 \times Z_2$ ) described in the formalism of the noncommutative geometry [17–20], at least as a low-energy effective theory.

In previous works [21, 22], the present authors have studied the phenomenology of certain of these  $M_4 \times Z_2$  two-sheeted spacetimes, but no formal proof had been given that these exotic geometries could be related to more conventional branes theories: the link between both approaches was just considered as a fairly working hypothesis. For the first time, in the present paper, a physical and mathematical proof of this link is derived. Moreover, the mathematical description of the  $M_4 \times Z_2$  geometry is enlarged by contrast to the previous works [21, 22]. The demonstration made in the present paper is inspired by quantum chemistry and the construction of molecular orbitals, here extended to branes. As a consequence of the bulk dimensionality extension, the quantum dynamics phenomenology is considerably enriched: for a 5D bulk containing two branes, matter swapping between these two worlds is made possible (although the effect could remain difficult to observe). More important, since the obtained equations (extended Dirac and Pauli's equations) are completely model-independent, we conclude that this matter swapping phenomenon might probably be shared by every model of universe containing at least two "worlds".

In section II, we introduce the kink-antikink domain-walls description of a two-brane world. Section III gives the fermion eigenstates in such a braneworld setup. In section IV, we introduce gauge fields in the two-brane world model.

---

<sup>\*</sup> Also at Laboratoire de Physique du Solide (LPS), FUNDP

<sup>†</sup>Electronic address: michael.sarrazin@fundp.ac.be

<sup>‡</sup>Electronic address: f.petit@bcrc.be

In section V, we then derive a two-level description of the fermion dynamics in a braneworld with two domain-walls in presence of an electromagnetic field. In section VI, we show that the two-level description fits with that of a two-sheeted spacetime as described by noncommutative geometry. Finally, in section VII we underline the basic phenomenological consequences of the present work.

## II. BRANEWORLDS WITH TWO DOMAIN-WALLS

The brane concept takes its origin in superstring theories [23], though earlier similar concepts were proposed in other theoretical contexts [24, 25]. However, since superstring theories suffer from mathematical complications, several simplified approaches relying on more classical field theories [26] have been suggested. For instance, several works [5–11] are now inspired by the approach of Rubakov and Shaposhnikov [25]. These authors have suggested that elementary particles might be trapped on a defect (a domain-wall) on a higher-dimensional spacetime. Such a defect would arise from a scalar field whose dynamics should be described by a soliton-kink solution in a  $\varphi^4$  theory. Bosonic excitations of the scalar field are trapped and propagate along the kink. In addition, any chiral Dirac particle is also trapped on the domain-wall [5, 6, 25]. More recently, Randall and Sundrum have suggested braneworlds models where the bulk metric is warped to ensure  $(3 + 1)$ -dimensional gravity to be reproduced as well [27].

The model considered in the present paper relies on a usual brane-world description involving domain-walls in the bulk [5, 6]. Two branes are here considered living in a continuous 5D manifold. Branes are described by the kink (antikink) solutions of a scalar field in a  $\varphi^4$  theory. Matter is then described through a 5D fermionic field coupled to this scalar field. Since we are not motivated by gravitational considerations, we use a flat metric for the bulk spacetime, i.e.:

$$ds^2 = g_{AB}dx^A dx^B = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu - dz^2 = \eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu - dz^2 \quad (1)$$

where  $g_{AB}$  is the five-dimensional metric tensor with signature  $(+, -, -, -, -)$  with  $A, B = 0, \dots, 4$ .  $\eta_{\mu\nu}$  is the four-dimensional Minkowski metric tensor of signature  $(+, -, -, -)$  with  $\mu, \nu = 0, \dots, 3$ , and  $z$  the coordinate along the extra dimension. An improved model involving a warped metric could be considered as well [5–7], but this choice would introduce supplementary complications which are neither relevant nor necessary to illustrate the mechanism discussed in this paper. The action  $S$  for a real scalar field  $\Phi$  coupled to a matter field  $\Psi$  in a five-dimensional spacetime is then

$$S = \int \left[ \frac{1}{2} g^{AB} (\partial_A \Phi) (\partial_B \Phi) - V(\Phi) + \bar{\Psi} (i\Gamma^A \partial_A - \lambda \Phi) \Psi \right] \sqrt{g} d^5 x \quad (2)$$

We assume that the Dirac field  $\Psi$  is coupled to the scalar field  $\Phi$  through a Yukawa coupling term  $\lambda \bar{\Psi} \Phi \Psi$  where  $\lambda$  is the coupling constant. It should be pointed out that another choice for the coupling term [8] would not change the final conclusions of the paper. In addition, a convenient potential  $V(\Phi)$  is given by [5, 6, 25]:

$$V(\Phi) = \frac{\chi}{4} (\Phi^2 - \eta^2)^2 \quad (3)$$

where  $\chi$  and  $\eta$  are constants of the potential. Though several possibilities can be considered for the potential [5, 6, 8], we just assume that it allows the existence of domain-walls (i.e. topological defects) in accordance with the original Rubakov-Shaposhnikov concept [25]. The scalar field equations of motion can be easily derived from relation (2):

$$\Phi'' + \chi \eta^2 \Phi - \chi \Phi^3 = 0 \quad (4)$$

from which domain-wall solutions can then be derived.  $\Phi''$  is the second order derivative of  $\Phi$  along the extra dimension.

For a single brane, two solutions have to be considered:

$$\Phi_{\frac{k}{ak}}(z) = \pm \Phi(z) = \pm \eta \tanh(z/\xi) \quad (5)$$

where "+" (respectively "-") refers to the kink ( $k$ ) solution (respectively antikink ( $ak$ ) solution).  $\xi$  is the brane thickness such that  $\xi^{-1} = \eta \sqrt{\chi/2}$ .

Now if we shift from a single brane to a two-brane world, the solution can be expressed as a kink-antikink pair, each wall being localized respectively at  $z = -d/2$  and  $z = +d/2$ . The field solution of eq. (4), which describes such a kink-antikink system, can be approximated by [10, 11]

$$\begin{aligned}\Phi(z) &= \Phi_-(z) + \Phi_+(z) + \Delta\Phi \\ &= \Phi(z + d/2) - \Phi(z - d/2) - \eta\end{aligned}\quad (6)$$

provided that  $d \gg \xi$  i.e. the distance  $d$  between branes is larger than the brane thickness. For that reason, we are now considering that both branes are independent from each other both from a scalar and a gravitational point of view.

### III. FERMIONS IN BRANEWORLDS

From eq. (2), the five-dimensional massless Dirac equation can be easily expressed. In what follows, the Dirac matrices are given by  $\Gamma^\mu = \gamma^\mu$  and  $\Gamma^4 = -i\gamma^5 = \gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$ , where  $\gamma^\mu$  and  $\gamma^5$  are the usual Dirac matrices in the four-dimensional Minkowski spacetime. The Clifford algebra is verified since

$$\{\Gamma^A, \Gamma^B\} = 2\eta^{AB} \quad (7)$$

where  $\eta^{AB}$  is the five-dimensional metric tensor of the Minkowski spacetime. The Dirac equation is therefore:

$$(i\gamma^\mu\partial_\mu + \gamma^5\partial_z - \lambda\Phi)\Psi = 0 \quad (8)$$

By using the separating variable method and due to  $\gamma^5$  matrix in eq. (8) the solution  $\Psi$  can be expressed as

$$\Psi(x, z) = f_L(z)\psi_L(x) + f_R(z)\psi_R(x) \quad (9)$$

where the  $\psi_{L,R}$  are left- and right-handed 4D spinors such that  $\gamma^5\psi_{R/L} = \pm\psi_{R/L}$ .  $x$  are the four-dimensional coordinates. For a trapped fermion, we expect that the five-dimensional Dirac equation can be expressed as an effective four-dimensional massive equation such that:

$$i\gamma^\mu\partial_\mu\psi_{L/R} = m\psi_{L/R} \quad (10)$$

where  $m$  is assumed to be the apparent (four-dimensional) particle mass. Substituting eq. (9) into eq. (8), we get then

$$\begin{cases} \partial_z f_R - \lambda\Phi f_R + m f_L = 0 \\ \partial_z f_L + \lambda\Phi f_L - m f_R = 0 \end{cases} \quad (11)$$

After a convenient rearrangement of the equations, we get:

$$\begin{cases} -\partial_{zz}f_L(z) + W_L f_L(z) = m^2 f_L(z) \\ -\partial_{zz}f_R(z) + W_R f_R(z) = m^2 f_R(z) \end{cases} \quad (12)$$

with

$$\begin{cases} W_L = \lambda(\lambda\Phi^2 - (\partial_z\Phi)) \\ W_R = \lambda(\lambda\Phi^2 + (\partial_z\Phi)) \end{cases} \quad (13)$$

and

$$\int f_\alpha(z)f_\beta(z)dz = \delta_{\alpha,\beta} \text{ and } \int (\psi_L^\dagger(x)\psi_L(x) + \psi_R^\dagger(x)\psi_R(x))d^4x = 1 \quad (14)$$

Obviously, owing to the Schrodinger-like equations (12),  $f_{L,R}(z)$  define the localization of the left- and right-handed states of the fermion along the extra dimension with effective potentials  $W_{L/R}$ .  $m$  is the effective mass of the trapped fermion and it is related to the eigenvalues of the bound states in the potentials  $W_{L/R}$ . Eqs. (13) imply that the effective potential felt by the fermion depends on its helicity state. Then, left- and right-handed states are not necessarily localized at the same place and it is even possible that bound state cannot exist. Previous works [5, 6, 25] have shown that for a kink-solution of the scalar field, the  $m = 0$  mode is localized on the kink for left-handed state whereas right-handed state cannot be localized. By contrast, the  $m \neq 0$  modes are localized around the kink whatever



their state. In an antikink world, the  $m \neq 0$  modes are also localized around the antikink whatever their state, but in the opposite only right-handed  $m = 0$  fermions can exist. Note that since the usual  $4D$  fermion wave-function  $\psi(x)$  can be expressed as

$$\psi(x) = \psi_L(x) + \psi_R(x) \quad (15)$$

it can then be easily shown that eq. (9) can be rewritten as

$$\Psi(x, z) = \Pi(z)\psi(x) \quad (16)$$

where

$$\Pi(z) = f(z) + \gamma^5 \kappa(z) \quad (17)$$

with

$$\begin{cases} \kappa(z) = (1/2)(f_R(z) - f_L(z)) \\ f(z) = (1/2)(f_R(z) + f_L(z)) \end{cases} \quad (18)$$

and

$$\int \Pi^\dagger(z)\Pi(z)dz = \mathbf{1}_{4 \times 4} \quad (19)$$

where  $\Pi(z)$  defines the localization of the fermion along the extra dimension for any helicity state. We note that  $\overline{\Psi}(x, z) = \overline{\psi}(x)\overline{\Pi}(z)$  with  $\overline{\Pi}(z) = f(z) - \gamma^5 \kappa(z)$ .

#### A. Fermionic wave functions in a single brane-world

A single brane-world solution for a trapped fermion can be easily derived from eqs. (12). By first considering a single kink domain-wall, the effective potential derived from eqs. (13) and eq. (5) becomes:

$$W_{L/R}^{1kB}(z) = \frac{1}{\xi^2} \left\{ \varepsilon^2 - \varepsilon(\varepsilon \pm 1) \frac{1}{\cosh^2(z/\xi)} \right\} \quad (20)$$

where  $\varepsilon = \lambda\sqrt{2/\chi} = \lambda\eta\xi$ . Expression (20) corresponds to a Pöschl-Teller potential for which eqs. (12) present well-known analytical solutions [6]. Let us recall the first two modes:

- For  $m = m_0 = 0$

$$\begin{cases} f_{0,L} = N_0 \cosh^{-\varepsilon}(z/\xi) \\ f_{0,R} = 0 \end{cases} \quad (21)$$

- For  $m = m_1 = (1/\xi)\sqrt{2\varepsilon - 1}$

$$\begin{cases} f_{1,L} = N_1 \cosh^{-\varepsilon}(z/\xi) \sinh(z/\xi) \\ f_{1,R} = N_2 \cosh^{-\varepsilon+1}(z/\xi) \end{cases} \quad (22)$$

with

$$N_0 = \sqrt{\frac{\Gamma(\varepsilon + 1/2)}{\xi\sqrt{\pi}\Gamma(\varepsilon)}}, N_1 = \sqrt{2\varepsilon - 2} \sqrt{\frac{\Gamma(\varepsilon + 1/2)}{\xi\sqrt{\pi}\Gamma(\varepsilon)}}, \text{ and } N_2 = \sqrt{\frac{\Gamma(\varepsilon - 1/2)}{\xi\sqrt{\pi}\Gamma(\varepsilon - 1)}} \quad (23)$$

where  $\Gamma(x)$  is the usual Gamma function. Obviously,  $\varepsilon$  behaves like a coupling constant between the brane and the fermion. The trapping mechanism becomes more and more effective when  $\varepsilon$  increases (the spatial extensions of solutions (21) and (22) decrease when  $\varepsilon$  increases). For an antikink-brane, the solutions can be easily deduced from the previous ones through a simple  $L \leftrightarrow R$  substitution.

## B. Fermionic wave functions in a two-brane world

A system of two branes can be described by a two-well effective potential  $W_{L,R}^{2B}$  derived from eqs. (6) and (13). The condition  $d \gg \xi$  implies that the distance between the two wells is large. When  $d \rightarrow +\infty$ , each well becomes a local one and it behaves as if there was a single kink (or antikink) in the bulk. In that case, we obtain the local potentials  $W_{L/R}^{1kB}(z + d/2)$  (or  $W_{L/R}^{1akB}(z - d/2)$ ) resulting from a single kink (or antikink) distant from the antikink (or kink). If we assume that each brane should possess its own copy of the standard model, it is then legitimate to build the two-brane fermionic solutions from the local one-brane fermionic solutions. This way to proceed is similar to atomic orbital combination used in quantum chemistry to build molecular orbitals. Similarly, for a system of two branes we define the global fermion state as:

$$\Psi(x, z) = \Pi_+(z)\psi_+(x) + \Pi_-(z)\psi_-(x) \quad (24)$$

where  $\pm$  denote  $z = \pm d/2$  i.e. the location of each brane. The states  $\Pi_{\pm}(z)$  correspond to the fermion eigenstates related to the branes (+) and (−) considered here as independent from each other. Obviously,  $\psi_{\pm}(x)$  will differ from the solutions  $\psi(x)$  obtained by solving eq. (10) for a single brane-world. The states  $\Pi_{\pm}(z)$  can be easily deduced from the one-brane fermionic solutions (see subsection III A).  $\Pi_-(z)$  will use kink-brane fermionic solutions with a translation  $z \rightarrow z + d/2$  while  $\Pi_+(z)$  will use antikink-brane fermionic solutions with a translation  $z \rightarrow z - d/2$ .

## IV. GAUGE FIELDS IN DOMAIN-WALLS

In the following, we consider the introduction of gauge fields in the model with a special emphasis on electromagnetism. Localizing gauge fields on a domain-wall remains a delicate task [12–14]. Among the numerous approaches proposed to localize gauge fields on branes [12–14], the approach of Dvali, Gabadadze, Porrati and Shifman (DGPS) [13] is quite generic and model-independent. The basic ingredient is a bulk vectorial field (a photon like field) which is minimally coupled to some of the matter fields localized on a brane. Thus, introducing a  $U(1)$  gauge field  $\mathcal{A}$  in eq. (2) the five-dimensional action becomes then:

$$S = \int \left[ -\frac{1}{4G^2} \mathcal{F}_{AB} \mathcal{F}^{AB} + \frac{1}{2} g^{AB} (\partial_A \Phi) (\partial_B \Phi) - V(\Phi) + \bar{\Psi} (i\Gamma^A (\partial_A + i\mathcal{A}_A) - \lambda\Phi) \Psi \right] \sqrt{g} d^5x \quad (25)$$

where  $G$  is a coupling constant.

Through the quantum fluctuations of the five-dimensional gauge field, the localized fermionic fields induce gauge field localization. Indeed, the gauge field propagator receives corrections from one-loop diagrams with localized matter fields running in the loops. This leads to a four-dimensional kinetic term which results from the need of a counter-term in the five-dimensional gauge field Lagrangian. An effective four-dimensional gauge field theory results on the brane. The bulk field is then forced to propagate along the three-dimensional space of the brane, at least for distances lower than a critical cosmological distance [13]. The same procedure can be used with more complex domain-wall approaches (including those relying on warped metric) where other phenomena can contribute to gauge fields confinement on branes [13].

### A. Gauge field in a single brane-world

From eq. (25) the 5D interaction action between the matter field and the  $U(1)$  gauge field takes the form:

$$S_{\text{int}} = - \int d^4x dz J_A(x, z) \mathcal{A}^A(x, z) = - \int d^4x dz \bar{\Psi}(x, z) \Gamma_A \Psi(x, z) \mathcal{A}^A(x, z) \quad (26)$$

The four-dimensional current is  $j^\mu(x) = \bar{\psi}(x) \gamma^\mu \psi(x)$ , with  $j^\mu(x) = \int J^\mu(x, z) dz$  and  $\int J^5(x, z) dz = 0$ . Using eqs. (16) to (18), it can be shown that  $\int \partial_A J^A(x, z) dz = \partial_\mu j^\mu(x)$ . From the five-dimensional current conservation  $\partial_A J^A(x, z) = 0$ , as  $\int \partial_A J^A(x, z) dz = 0$ , we deduce then that  $\partial_\mu j^\mu(x) = 0$ , i.e. the four-dimensional current is conserved. This implies the transversality of the loop. Moreover, we chose the Lorentz gauge in the bulk

$$\partial_A \mathcal{A}^A(x, z) = 0 \quad (27)$$

From the four-dimensional transversality of currents we get  $\partial_\mu \mathcal{A}^\mu(x, z) = 0$  [13] and then from eq. (27) we deduce that  $\partial_z \mathcal{A}^z(x, z) = 0$ , i.e.  $\mathcal{A}^z(x, z)|_{x=Cte} = Cte$ . As a consequence, the remaining relevant interaction action between

the localized matter field and the bulk vector field is then:

$$S_{\text{int}} = - \int d^4x \bar{\psi}(x) \gamma_\mu \psi(x) a^\mu(x) \quad (28)$$

where an effective four-dimensional vector field  $a^\mu(x)$  can be defined as

$$a^\mu(x) = (1/2) \int \{f_R^2(z) + f_L^2(z)\} \mathcal{A}^\mu(x, z) dz \quad (29)$$

$a^\mu(x)$  acts as a  $U(1)$  gauge field in a four-dimensional spacetime. The interaction Lagrangian leads to a supplementary kinetic term induced by localized fermionic one-loop diagrams with two external  $a_\mu(x)$  legs [13]. The low-energy action on the brane must then contain the induced term:

$$- \frac{1}{4e^2} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad (30)$$

with

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu a_\nu - \partial_\nu a_\mu \quad (31)$$

where  $e$  is the effective coupling constant. Rigorously other corrective terms should be also considered in the action, but we do not discuss them here. Moreover, we are not considering the details of the propagation of the gauge field in the bulk or onto the brane (see references [13]). The matters have already been considered in details in previous works [13]. We just note that the separating variable method leads to write

$$\mathcal{A}(x, z) = \Lambda(z) \mathcal{A}(x) \quad (32)$$

with  $\Lambda(z)$  a function that quickly decreases when moving away from the branes [13].

## B. Gauge field in a two-brane world

Let us now consider the introduction of gauge fields in our two-brane world. As previously explained for fermions, we assume that each brane possesses its own copy of the standard model. The two-brane gauge field solutions can be derived from the local one-brane gauge solutions such that:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(x, z) &= \mathcal{A}^+(x, z) + \mathcal{A}^-(x, z) \\ &= \Lambda_+(z) \mathcal{A}_+(x) + \Lambda_-(z) \mathcal{A}_-(x) \end{aligned} \quad (33)$$

where  $\pm$  denote  $z = \pm d/2$  i.e. the location of each brane. The states  $\Lambda_\pm(z)$  correspond to the gauge field localized states related to the branes (+) and (−) considered here as independent from each other. Obviously,  $\mathcal{A}_\pm(x)$  will differ from the solutions  $\mathcal{A}(x)$  in eq. (32) for a single brane-world. The states  $\Lambda_\pm(z)$  can be easily deduced from the one-brane gauge field solutions.  $\Lambda_-(z)$  ( $\Lambda_+(z)$ ) is related to kink-brane (antikink-brane) gauge field solutions with a translation  $z \rightarrow z + d/2$  ( $z \rightarrow z - d/2$ ).

On each brane, we get the local four-dimensional vector field:

$$a_\mu^\pm(x) = (1/2) \int \{f_{R,\pm}^2(z) + f_{L,\pm}^2(z)\} \mathcal{A}_\mu^\pm(x, z) dz \quad (34)$$

From eq. (26), it must be noted that the two-brane description of the gauge field and of the fermionic field leads to specific cross-terms. For instance, we get

$$(1/2) \int \{f_{R,+}^2(z) + f_{L,+}^2(z)\} \mathcal{A}_\mu^-(x, z) dz \quad (35)$$

which can be interpreted as the four-dimensional gauge field induced in the brane (+) by charges localized in the brane (−). In fact, a simple analysis shows that this term is proportional to  $\exp(-2(\varepsilon - 1)d/\xi)$ , i.e. a charge localized in a brane acts as a kind of "millicharged" particle in the second brane. For instance, with  $\varepsilon = 2$  and  $d/\xi = 22$  (see discussion in appendix B), a charge  $q_e$  localized in the other brane would act in our brane as an effective particle with a charge  $q = 10^{-19} q_e$ . For such tiny values, the effect can be neglected [28].

## V. TWO-LEVEL APPROXIMATION OF FERMION DYNAMICS IN A BRANEWORLD WITH TWO DOMAIN-WALLS

Let us now show that the above two-brane world model reduces to a simple two-level quantum description. At low energy, a brane can be assumed to be an infinitely thin 4D sheet where SM particles live. Therefore, for a single kink (antikink)-brane, the projection of eq. (8) onto its  $f_{L,R}$  eigenstates, will reduce the 5D Dirac equation to a 4D equation with a mass  $m$  particle located at  $z = -d/2$  for instance (or  $z = d/2$ ). The projection is equivalent to a dimensional reduction leading to a single 4D Dirac equation. Similarly, for a system of two thin branes, the projection of eq. (8) on the eigenstates of each independent brane, will lead to two coupled 4D Dirac equations. Although this approach is quite unusual in the present context, it is perfectly well founded. It is exactly the procedure used in quantum chemistry to approximate molecular orbitals by solving the Hamiltonian in the subspace of each atomic eigenstates. Here, the Hamiltonian for a two brane-world is expressed by using the fermionic eigenstates of each independent branes. This approximation is valid as long as both branes are distant enough in the bulk. Let us now derive the resulting system of 4D coupled Dirac equations.

Taking account of the electromagnetic gauge vector field (see eq. (25)), the five-dimensional Dirac equation can be expressed in a Schrodinger form:

$$i\partial_0\Psi = H\Psi \quad (36)$$

with

$$H = -i\gamma^0\gamma^\eta(\partial_\eta + i\mathcal{A}_\eta) - \gamma^0\gamma^5(\partial_z + i\mathcal{A}_z) + \gamma^0\lambda\Phi + \mathcal{A}_0 \quad (37)$$

where  $\eta = 1, 2, 3$ . In the following, we will consider a specific mass state and we assume that there is no mixing, coupling or interaction between this state and other fermion states of different mass. Therefore, the states  $\psi_+(x)$  and  $\psi_-(x)$  exhibit the same mass. Moreover, since the terms of higher mass are neglected, our approach remains clearly an approximation of low energy. Using the expression of  $\Psi$  given in eq. (24), eq. (36) is projected onto the localized states  $\Pi_\pm(z)$ . Introducing then:

$$\begin{cases} h_{i,j} = \int \Pi_i^\dagger(z) H \Pi_j(z) dz \\ s = s^\dagger = \int \Pi_+^\dagger(z) \Pi_-(z) dz \end{cases} \quad (38)$$

and using a convenient matrix representation, one obtains easily:

$$i\partial_0 \begin{pmatrix} 1 & s \\ s & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_+(x) \\ \psi_-(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{+,+} & h_{+,-} \\ h_{-,+} & h_{-,-} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_+(x) \\ \psi_-(x) \end{pmatrix} \quad (39)$$

Considering

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi_+(x) \\ \psi_-(x) \end{pmatrix} \quad (40)$$

the two-level Dirac-Schrodinger equation

$$i\partial_0\Psi = \tilde{H}\Psi \quad (41)$$

can be easily deduced from eq. (39) with the two-level Hamiltonian  $\tilde{H}$  given by:

$$\tilde{H} = \frac{1}{1-s^2} \otimes \begin{pmatrix} h_{+,+} - sh_{-,+} & h_{+,-} - sh_{-,-} \\ h_{-,+} - sh_{+,+} & h_{-,-} - sh_{+,-} \end{pmatrix} \quad (42)$$

Using equations (10), (11), (14)-(18), (37) and (38), the terms in eq. (42) can be simplified (see appendix A) to give:

$$\tilde{H} = \begin{pmatrix} -i\gamma^0\gamma^\eta(\partial_\eta + iqA_\eta^+) + \gamma^0m + \gamma^0\delta m + qA_0^+ & -\gamma^0\gamma^5g + \gamma^0m_r - \gamma^0\gamma^5\Upsilon \\ \gamma^0\gamma^5g + \gamma^0m_r + \gamma^0\gamma^5\Upsilon & -i\gamma^0\gamma^\eta(\partial_\eta + iqA_\eta^-) + \gamma^0m + \gamma^0\delta m + qA_0^- \end{pmatrix} \quad (43)$$

with  $A_\mu^\pm$  the electromagnetic fields of the brane (+) or (-),  $q$  the electric charge of the fermion, and where

$$\begin{cases} g = \lambda \int \{\Phi_- + \Delta\Phi\} \{f_-(z)\kappa_+(z) - \kappa_-(z)f_+(z)\} dz \\ m_r = \lambda \int \{\Phi_- + \Delta\Phi\} \{f_-(z)f_+(z) - \kappa_-(z)\kappa_+(z)\} dz \\ \delta m = \lambda \int \Phi_- \{f_+^2(z) - \kappa_+^2(z)\} dz \end{cases} \quad (44)$$

and

$$\begin{cases} \Upsilon = \varphi + \gamma^5 \phi \\ \bar{\Upsilon} = \varphi^* - \gamma^5 \phi^* \end{cases} \quad (45)$$

where  $\varphi$  and  $\phi$  are the scalar components of the off-diagonal part  $\Upsilon$  of the effective gauge field such that

$$\begin{cases} \phi = i \int \{f_+(z)\kappa_-(z) - \kappa_+(z)f_-(z)\} \{\mathcal{A}_z^+(x, z) + \mathcal{A}_z^-(x, z)\} dz \\ \varphi = i \int \{f_+(z)f_-(z) - \kappa_+(z)\kappa_-(z)\} \{\mathcal{A}_z^+(x, z) + \mathcal{A}_z^-(x, z)\} dz \end{cases} \quad (46)$$

An interpretation of those off-diagonal gauge terms as well as the way to deal with them will be discussed in the next section.

Let us apply a convenient  $SU(2)$  rotation such that

$$\begin{pmatrix} \psi_+(x) \\ \psi_-(x) \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} e^{-i\pi/4} & 0 \\ 0 & e^{i\pi/4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_+(x) \\ \psi_-(x) \end{pmatrix} \quad (47)$$

Back to the Dirac form, equation (41) then reads:

$$\begin{pmatrix} i\gamma^\mu(\partial_\mu + iqA_\mu^+) - m - \delta m & ig\gamma^5 - im_r + i\gamma^5\Upsilon \\ ig\gamma^5 + im_r + i\gamma^5\bar{\Upsilon} & i\gamma^\mu(\partial_\mu + iqA_\mu^-) - m - \delta m \end{pmatrix} \Psi = 0 \quad (48)$$

As a consequence of the first order approximation (see appendix A),  $g$  is only related to the first order derivative  $\partial_z$  along the continuous extra dimension while  $m_r$  is only related to the scalar field  $\Phi$ . From solutions of eq. (11) (see subsection III A),  $g$ ,  $m_r$  and  $\delta m$  can be easily estimated as shown in appendix B.

Let us now show that eq. (48) describing the dynamics of a fermion in a two domain-walls setup is equivalent to that of a particle embedded in a noncommutative two-sheeted spacetime.

## VI. "NONCOMMUTATIVE" TWO-SHEETED SPACETIME INTERPRETATION OF THE TWO-LEVEL APPROXIMATION

### A. Noncommutative two-sheeted spacetime

In refs. [21, 22], a model describing the quantum dynamics of fermions in a two-sheeted spacetime (i.e. a two-brane world) has been proposed. Such a universe corresponds to the product of a four-dimensional continuous manifold with a discrete two-point space and can be seen as a 5D universe with a fifth dimension reduced to two points with coordinates  $\pm\delta/2$  (both sheets are separated by a phenomenological distance  $\delta$ ). Mathematically, the model relies on a bi-euclidean space  $X = M_4 \times Z_2$  in which any smooth function belong to the algebra  $A = C^\infty(M) \oplus C^\infty(M)$  and can be adequately represented by a  $2 \times 2$  diagonal matrix  $F$  such that:

$$F = \begin{pmatrix} f_1 & 0 \\ 0 & f_2 \end{pmatrix} \quad (49)$$

In the noncommutative formalism, the expression of the exterior derivative  $D = d + Q$ , where  $d$  acts on  $M_4$  and  $Q$  on the  $Z_2$  internal variable, has been given by A. Connes [17]:  $D : (f_1, f_2) \rightarrow (df_1, df_2, g(f_2 - f_1), g(f_1 - f_2))$  with  $g = 1/\delta$ . Viet and Wali [19] have proposed a representation of  $D$  acting as a derivative operator and fulfilling the above requirements (see also [20]). Due to the specific geometrical structure of the bulk, this operator is given by:

$$D_\mu = \begin{pmatrix} \partial_\mu & 0 \\ 0 & \partial_\mu \end{pmatrix}, \quad \mu = 0, 1, 2, 3 \text{ and } D_5 = \begin{pmatrix} 0 & g \\ -g & 0 \end{pmatrix} \quad (50)$$

Where the term  $g$  acts as a finite difference operator along the discrete dimension. Using (50), one can build the Dirac operator defined as

$$\not{D} = \Gamma^N D_N = \Gamma^\mu D_\mu + \Gamma^5 D_5 \quad (51)$$

By considering the following extension of the gamma matrices (we are working in the Hilbert space of spinors, see [17])

$$\Gamma^\mu = \begin{pmatrix} \gamma^\mu & 0 \\ 0 & \gamma^\mu \end{pmatrix} \text{ and } \Gamma^5 = \begin{pmatrix} \gamma^5 & 0 \\ 0 & -\gamma^5 \end{pmatrix} \quad (52)$$

where  $\gamma^\mu$  and  $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$  are the usual Dirac matrices, it can be easily shown that the Dirac operator given by eq. (51) has the following self adjoint realization:

$$\mathcal{D} = \begin{pmatrix} \mathcal{D}_+ & g\gamma^5 \\ g\gamma^5 & \mathcal{D}_- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma^\mu\partial_\mu & g\gamma^5 \\ g\gamma^5 & \gamma^\mu\partial_\mu \end{pmatrix} \quad (53)$$

In some "noncommutative" two-sheeted models [18], the off-diagonal terms proportional to  $g$  are often related to the particle mass through the Higgs field. As shown in previous works [21],  $g$  can also be considered as a constant geometrical field and takes the same value for each particle. We can therefore introduce a mass term as in the standard Dirac equation, but more general, i.e.:

$$M = \begin{pmatrix} m\mathbf{1}_{4\times 4} & m_c\mathbf{1}_{4\times 4} \\ m_c^*\mathbf{1}_{4\times 4} & m\mathbf{1}_{4\times 4} \end{pmatrix} \quad (54)$$

where "\*" denotes the complex conjugate. The two-sheeted Dirac equation writes:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{dirac}\Psi &= (i\mathcal{D} - M)\Psi = (i\Gamma^N D_N - M)\Psi = \\ &= \begin{pmatrix} i\gamma^\mu\partial_\mu - m & ig\gamma^5 - m_c \\ ig\gamma^5 - m_c^* & i\gamma^\mu\partial_\mu - m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_+ \\ \psi_- \end{pmatrix} = 0 \end{aligned} \quad (55)$$

with  $\Psi = \begin{pmatrix} \psi_+ \\ \psi_- \end{pmatrix}$  the two-sheeted wave function. In this notation, the indices "+" and "-" are purely conventional and simply allow to discriminate the two sheets (or branes) embedded in the 5D bulk. It can be noticed that by virtue of the two-sheeted structure of spacetime, the wave function  $\psi$  of the fermion is split into two components, each component living on a distinct spacetime sheet. If one considers the (-) sheet to be our brane, the  $\psi_+$  part of the wave function, in the (+) sheet, can be considered as a hidden particle component.

### B. Gauge fields in the two-sheeted spacetime

Pursuing with the approach introduced in the section IV, we are now illustrating how the electromagnetic fields behaves in the present formalism. It should be emphasized that the results presented here for electromagnetism could be extended to other interactions as well, especially electroweak interactions and chromodynamics. To be consistent with the structure of the Dirac field  $\Psi$  in eq. (55), the usual  $U(1)$  electromagnetic gauge field has to be replaced by an extended  $U(1) \otimes U(1)$  gauge field. The group representation is therefore:

$$G = \begin{pmatrix} \exp(-iq\Lambda_+) & 0 \\ 0 & \exp(-iq\Lambda_-) \end{pmatrix} \quad (56)$$

We are looking for an appropriate gauge field such that the covariant derivative becomes  $\mathcal{D}_A \rightarrow \mathcal{D} + \mathcal{A}$  with the following gauge transformation rule:

$$\mathcal{A}' = G \mathcal{A} G^\dagger - iG [\mathcal{D}_{dirac}, G^\dagger] \quad (57)$$

A convenient choice is (see refs. [18-20])

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} iq\gamma^\mu A_\mu^+ & \gamma^5 \Upsilon \\ \gamma^5 \overline{\Upsilon} & iq\gamma^\mu A_\mu^- \end{pmatrix} \quad (58)$$

where  $\gamma^\mu$  are the usual Dirac matrices and with

$$\begin{cases} \Upsilon = \varphi + \gamma^5 \phi \\ \overline{\Upsilon} = \varphi^* - \gamma^5 \phi^* \end{cases} \quad (59)$$

where  $\varphi$  and  $\phi$  are the scalar components of the field  $\Upsilon$ . Those terms are fully equivalent to those in eq. (45). If  $\Upsilon$  is different from zero, each charged particle of each brane becomes sensitive to the electromagnetic fields of both branes irrespective of their localization in the bulk. This kind of exotic interactions has been considered previously in literature within the framework of mirror matter [29] and is not covered by the present paper. Moreover, to be consistent with known physics, at least at low energies,  $\Upsilon$  is necessarily tiny (whereas  $qA_\mu^\pm$  needs not to be). This

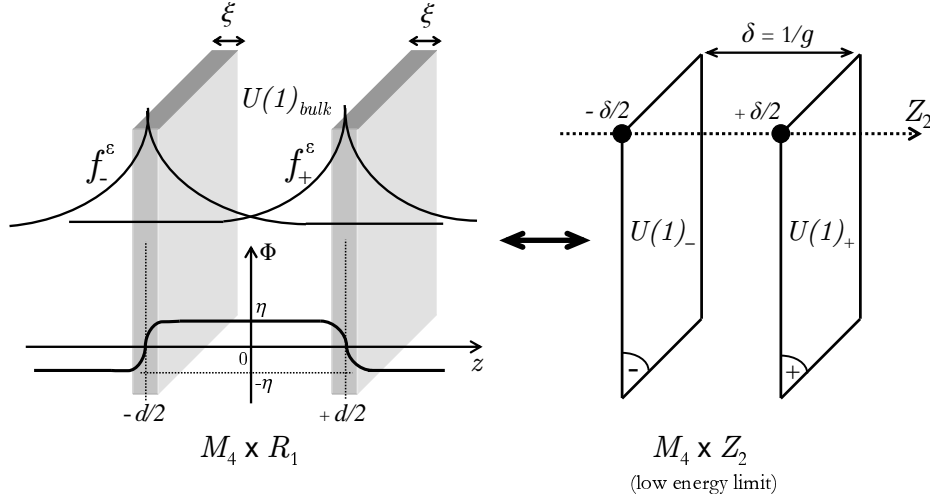


FIG. 1: The two domain-walls in a  $M_4 \times R_1$  geometry are approximated by a  $M_4 \times Z_2$  two-sheeted spacetime with an effective distance  $\delta = \delta(\xi, d, \epsilon)$ . The spatial extensions of the fermion wave functions  $f_{\pm}^{\epsilon}$  depend on  $\epsilon$ . The bulk  $U(1)_{bulk}$  gauge group can be substituted by an effective  $U(1)_{+} \otimes U(1)_{-}$  gauge group where  $U(1)_{+}$  (respectively  $U(1)_{-}$ ) acts on the brane (+) (respectively (-)). In the paper, we simply refer to  $U(1)_{bulk}$  as  $U(1)$  and to  $U(1)_{+} \otimes U(1)_{-}$  as  $U(1) \otimes U(1)$ .

is theoretically corroborated by eq. (57) which shows that during each gauge transformation,  $|\varphi|$  (respectively  $|\phi|$ ) varies with an amplitude of order  $g$  (respectively  $|m_c|$ ) whatever  $\Lambda_{+}$  and  $\Lambda_{-}$ .

Using the covariant derivative  $\not{D}_A \rightarrow \not{D} + \not{A}$  and according to expression (58), the electromagnetic field can be easily introduced in the two-brane Dirac equation (eq. (55)):

$$\begin{aligned} (i \not{D}_A - M) \Psi &= \\ &= \begin{pmatrix} i\gamma^{\mu}(\partial_{\mu} + iqA_{\mu}^{+}) - m & ig\gamma^5 - m_c + i\gamma^5 \Upsilon \\ ig\gamma^5 - m_c^{*} + i\gamma^5 \bar{\Upsilon} & i\gamma^{\mu}(\partial_{\mu} + iqA_{\mu}^{-}) - m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_{+} \\ \psi_{-} \end{pmatrix} = 0 \end{aligned} \quad (60)$$

### C. Noncommutative two-sheeted spacetime vs two domain-walls

It can immediately be noticed that eq. (48) and eq. (60) are globally similar. In the two domain-walls approximation,  $m \rightarrow m + \delta m$  and  $m_c = im_r$ . The similarity between both equations was not expected a priori and it suggests that eq. (60) is quite generic in a context of a two-level discretization of a 5D fermionic field. Note that in the model introduced in refs. [21, 22],  $m_c = 0$ .

One notes that in the "noncommutative" two-sheeted approach, the term proportional to  $g$  (see (50)) is, by definition, a first order discrete derivative along the  $Z_2$  extra dimension. Similarly, in the domain-wall approach,  $g$  is related to the continuous extra dimension  $R_1$  through an overlap integral (see section V and appendix A). From a pictorial perspective (see figure 1), the two-brane world system "collapses" from a continuous description ( $M_4 \times R_1$ ) to a discrete one ( $M_4 \times Z_2$ ). Obviously the similarity between eqs. (48) and (60) arises from the separation ansatz made in eq. (24) where the five-dimensional fermion is restricted to the sum of two localized (i.e. four-dimensional) eigenmodes with the same mass (see subsection III A). Thus, by construction, there are only two four-dimensional states in the model, and it seems that the continuous extra dimension has been reduced to two points. As a consequence, the continuous real extra dimension (and its continuous derivative) is replaced by an effective phenomenological discrete extra dimension (with its discrete derivative). The effective distance between branes  $\delta = 1/g$  in noncommutative geometry is then related to the real extra dimension through the integral in eqs. (44) (see appendix B).

One also notes that the five-dimensional  $U(1)$  bulk gauge field is substituted by an effective  $U(1) \otimes U(1)$  gauge field acting in the  $M_4 \times Z_2$  spacetime (see figure 1). This is clearly illustrated through the comparison between the gauge terms in eq. (48) and in eq. (60). This result could be expected a priori. Indeed, if one considers a domain-wall at low energy, any valid gauge theory on the bulk should lead to retrieve an effective  $U(1)$  gauge field on the brane to be consistent with known physics. As a consequence, for a set of two domain-walls, it is not surprising to obtain an effective  $U(1) \otimes U(1)$  theory. It is also interesting to note that the extra-dimensional component  $\mathcal{A}_z$  of the bulk gauge

field is related to the off-diagonal part  $\Upsilon$  of the gauge field in the two-sheeted spacetime formalism (see eqs. (45) and (46)).

However, the link between the noncommutative two-sheeted spacetime and a system of two domain-walls must be considered cautiously. The validity of such a link rests on the following conditions:

- As previously explained, eq. (48) is derived for a single mass state. We have just considered the lowest massive left-, right-states only, i.e. the localized  $n = 1$  fermionic states (see subsection III A). Of course the  $n > 1$  modes could be used as well. Since we have neglected the role of the heaviest fields, our model is therefore valid only for low energies. From that point of view, the two-sheeted spacetime can be seen as a simple low energy approximation of a two domain-walls system (see figure 1). Nevertheless, a more general calculation would retain all mass states and would be quite different from the presently considered noncommutative model. Each domain-wall in the bulk would be then approximated by a set of strongly coupled sheets, each one being related to a specific mass instead of a single one. Moreover, excepted at high energy, this would not change the main phenomenological results of the present work (hereafter discussed).

- As mentioned in section V, the two-level approximation is valid as long as both branes are assumed to be distant enough in the bulk. Indeed, the approximation assumes that quadratic terms (and upper) implying overlap integrals can be neglected (see appendices A and B).

## VII. NON-RELATIVISTIC LIMIT AND PHENOMENOLOGY

As explained in the introduction, we are mainly concerned by low energies phenomena occurring at a non-relativistic scale. To derive the non-relativistic limit of the two-brane Dirac equation, we just observe that eq. (60) can also be written as:

$$\begin{pmatrix} i\gamma^\mu(\partial_\mu + iqA_\mu^+) - m & i\tilde{g}\gamma^5 - \tilde{m}_c \\ i\tilde{g}^*\gamma^5 - \tilde{m}_c^* & i\gamma^\mu(\partial_\mu + iqA_\mu^-) - m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_+ \\ \psi_- \end{pmatrix} = 0 \quad (61)$$

with

$$\begin{cases} \tilde{g} = g + \varphi \\ \tilde{m}_c = m_c - i\phi \end{cases} \quad (62)$$

We have just replaced the field  $\Upsilon$  and the coupling parameters  $g$  and  $m_c$  by the effective fields  $\tilde{g}$  and  $\tilde{m}_c$  as shown by eq. (62). Without loss of generality, we will consider now that  $\tilde{g} \approx g$  and  $\tilde{m}_c \approx m_c$  since  $|\varphi|$  (respectively  $|\phi|$ ) should not exceed  $g$  (respectively  $|m_c|$ ) as explained before. This choice allows to further simplify the model. It is somewhat equivalent to set the off-diagonal term  $\Upsilon$  to zero. With such a choice, we simply assume that the electromagnetic field of a brane couples only with the particles belonging to the same brane. Each brane possesses its own current and charge density distribution as sources of the local electromagnetic fields. On the two branes live then the distinct  $A_\mu^+$  and  $A_\mu^-$  electromagnetic fields. The photon fields  $A_\mu^\pm$  behave independently from each other and are totally trapped in their original brane in accordance with observations: photons belonging to a given brane are not able to reach the other brane. As a noticeable consequence, the structures belonging to the branes are mutually invisible by local observers. Without loss of generality, eq. (61) can be recast as:

$$\begin{pmatrix} i\gamma^\mu(\partial_\mu + iqA_\mu^+) - m & ig\gamma^5 - m_c \\ ig\gamma^5 - m_c^* & i\gamma^\mu(\partial_\mu + iqA_\mu^-) - m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_+ \\ \psi_- \end{pmatrix} = 0 \quad (63)$$

Following the well-known standard procedure, a two-brane Pauli equation can then be derived:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \psi_+ \\ \psi_- \end{pmatrix} = \{\mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_{cm} + \mathbf{H}_c + \mathbf{H}_s\} \begin{pmatrix} \psi_+ \\ \psi_- \end{pmatrix} \quad (64)$$

where  $\psi_+$  and  $\psi_-$  correspond to the wave functions in the (+) and (−) branes respectively.  $\psi_+$  and  $\psi_-$  are here Pauli spinors. The Hamiltonian  $\mathbf{H}_0$  is a block-diagonal matrix

$$\mathbf{H}_0 = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_+ & 0 \\ 0 & \mathbf{H}_- \end{pmatrix} \quad (65)$$

where each block is simply the classical Pauli Hamiltonian expressed in each branes:

$$\mathbf{H}_\pm = -\frac{\hbar^2}{2m} \left( \nabla - i\frac{q}{\hbar} \mathbf{A}_\pm \right)^2 + g_s \mu \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}_\pm + V_\pm \quad (66)$$



such that  $\mathbf{A}_+$  and  $\mathbf{A}_-$  correspond to the magnetic vector potentials in the branes (+) and (−) respectively. The same convention is applied to the magnetic fields  $\mathbf{B}_\pm$  and to the potentials  $V_\pm$ .  $g_s\mu$  is the magnetic moment of the particle with  $g_s$  the gyromagnetic factor and  $\mu$  the magneton. In addition to these “classical” terms, the two-brane Hamiltonian comprises also new terms specific of the two-brane world:

$$\mathbf{H}_{cm} = igg_s\mu \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -\sigma \cdot \{\mathbf{A}_+ - \mathbf{A}_-\} \\ \sigma \cdot \{\mathbf{A}_+ - \mathbf{A}_-\} & 0 \end{pmatrix} \quad (67)$$

and

$$\mathbf{H}_c = \begin{pmatrix} 0 & m_c c^2 \\ m_c^* c^2 & 0 \end{pmatrix} \quad (68)$$

and

$$\mathbf{H}_s = \frac{g^2 \hbar^2}{2m} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (69)$$

It can be noticed that  $\mathbf{H}_s$  is constant and vanishes through a convenient energy rescaling. By contrast,  $\mathbf{H}_c$  and  $\mathbf{H}_{cm}$  are non conventional Hamiltonian components whose effects are now discussed.

### A. Spontaneous oscillations between branes?

$\mathbf{H}_c$  is a constant term resulting from the off-diagonal mass terms (eq. (54)). It can be responsible for free spontaneous oscillations between the two branes. Let us illustrate this. For sake of simplicity we assume that  $\mathbf{B}_\pm = \mathbf{0}$  and  $\mathbf{A}_\pm = \mathbf{0}$ .  $\mathbf{H}_\pm$  reduces then to  $\mathbf{H}_\pm = V_\pm$  and  $\mathbf{H}_{cm} = 0$ . From eq. (64), it can be shown that a particle initially ( $t = 0$ ) localized in our brane will have a probability to be located in the other brane at time  $t$  given by:

$$P(t) = \frac{4\Omega_c^2}{\Omega_0^2 + 4\Omega_c^2} \sin^2 \left( (1/2) \sqrt{\Omega_0^2 + 4\Omega_c^2} t \right) \quad (70)$$

where  $\Omega_c = |m_c|c^2/\hbar$  and  $\Omega_0 = (V_+ - V_-)/\hbar$ . Eq. (70) shows that the particle undergoes Rabi-like oscillations between both branes.  $\Omega_0\hbar$  is an effective potential mimicking the interactions of the particle with its environment [21].  $\Omega_0\hbar$  might contain the contribution of atomic nuclei electrostatic fields or the Earth’s gravitational field for instance [21]. An important point is that the oscillations are strongly suppressed when  $\Omega_0\hbar$  becomes greater than  $|m_c|c^2$ , i.e. when the particle is strongly interacting with its environment through  $\mathbf{H}_0$ . As a consequence, these spontaneous oscillations will probably be hardly observed.

### B. Induced matter swapping between branes

$\mathbf{H}_{cm}$  is a geometrical coupling involving electromagnetic fields of the two branes.  $\mathbf{H}_{cm}$  vanishes for null magnetic vector potentials.  $\mathbf{H}_{cm}$  also implies Rabi-like oscillations between the branes. This effect was previously considered in previous papers in which the reader will find more detailed explanations [21]. It is only important here to remind that eq. (64) holds resonant solutions for a magnetic vector potential rotating with an angular frequency  $\omega$ . One may consider for instance a neutral particle, endowed with a magnetic moment, initially ( $t = 0$ ) localized in our brane in a region of curlless rotating magnetic vector potential such that  $\mathbf{A}_- = A_p \mathbf{e}(t)$  and  $\mathbf{A}_+ = 0$ , with  $\mathbf{e}(t) = (\cos \omega t, \sin \omega t, 0)$ .  $\omega$  is the angular frequency of the field  $\mathbf{A}_-$  and can be possibly null (static field case). Let us assume that the conventional part of the Pauli Hamiltonian  $\mathbf{H}_\pm$  can be written as  $\mathbf{H}_\pm = V_\pm$ . Moreover,  $\mathbf{H}_c$  is neglected relative to  $\mathbf{H}_{cm}$ . From eq. (64), it can be shown that any particle initially in a spin-down state for instance (according to  $\mathbf{e}_3 = (0, 0, 1)$ ) and localized in our brane at  $t = 0$  can be detected in the second brane at time  $t$  with a probability [21]:

$$P(t) = \frac{4\Omega_p^2}{(\Omega_0 - \omega)^2 + 4\Omega_p^2} \sin^2 \left( (1/2) \sqrt{(\Omega_0 - \omega)^2 + 4\Omega_p^2} t \right) \quad (71)$$

where  $\Omega_p = gg_s\mu A_p/(2\hbar)$  and  $\Omega_0 = (V_+ - V_-)/\hbar$ . In addition, in the second brane, the particle is then in a spin-up state.  $\Omega_0\hbar$  is still an effective potential mimicking the interactions of the particle with its environment [21]. Eq.

(71) shows how the induced matter swapping between branes occurs through a Rabi-like phenomenon. The resonant exchange occurs whenever the magnetic vector potential rotates with an angular frequency  $\omega = \Omega_0$ . It is clear that the situation described in eq. (71) remains rather simplistic. More realistic descriptions to achieve experimental conditions of matter swapping are suggested elsewhere [30]. It can be easily checked that a static field case allows matter swapping to occur as well. However, the amplitude of the vector potential must be huge to overcome the particle confinement induced by the environment [21]. From an experimental point of view, the resonant mechanism appears as a worth studying alternative.

Again, it is necessary to stress that the matter swapping mechanism described here depends on the  $\mathbf{H}_{cm}$  term only. Since this term is predicted by distinct mathematical approaches, we expect that induced matter swapping between branes might be a generic phenomenon of any 5D model containing two lower-dimensional (4D) sheets.

### VIII. DISCUSSION AND CONCLUSIONS

- Rewriting the 5D continuous Dirac equation in a two-level form presents many advantages:
  - It allows a dramatic simplification of the equations and allows a better understanding of the quantum behavior of particles in a two-brane world setup.

- Connes et al have shown the great potential of noncommutative geometries [17], especially of two-sheeted spacetime representations which are suitable to recover the Standard Model of particles [17, 18]. In the present paper, a formal equivalence between domain-walls approaches and certain noncommutative geometries has been shown. "Non-commutativity" appears here as a consequence of a two-level simplification. Nevertheless, the arena where physical events take place still remains commutative. This unexpected bridge between domain-walls and non-commutativity clearly deserves further studies.

- In the present model, the kink-domain-wall localized at  $z = -d/2$  (i.e. the  $(-)$  brane) undergoes left-handed neutrinos while the antikink-domain-wall localized at  $z = d/2$  (i.e. the  $(+)$  brane) undergoes right-handed neutrinos. As a consequence, and due to the doubling of the wave function, this can be seen as a reminiscence of the mirror-matter concept [31]. Nevertheless, while it is true that hidden sector models and present approach share several common points, it is equally true that they differ in many ways:

- In the mirror matter formalism, there is only one 4D manifold which justifies for the left/right parity by introducing implicit new internal degrees of freedom to particles. In the present work, it can be noted that the number of particle families remains unchanged but the particles have now access granted to two distinct branes.

- Moreover, in the mirror matter approach, the mixing between our world and mirror-world occurs through a photon/mirror photon kinetic mixing [29] (gravitation also is assumed to mediate interactions between matter and mirror matter but it is not relevant in the present discussion). Nevertheless, the present two-brane structure demonstrates the existence of oscillations without recourse to a photon/mirror photon kinetic mixing.

- It is suggested that the "swapping effect" (see subsection VII B) involving induced Rabi-like oscillations of matter between adjacent branes might be a common feature of any braneworld theory involving more than one brane in the bulk. Indeed, the method used in section V to obtain the relevant eq. (48) is quite general and it does not rely on any assumption concerning the domain-walls. The Hamiltonian term  $\mathbf{H}_{cm}$  (see eq. (67)) is due to the  $ig\gamma^5$  terms in eq. (63), which are related to the overlap integral over the fifth dimension of the product of the extra-dimensional fermionic wave functions related to each brane. We expect that in more complex domain-walls models (involving warped metric for instance, like in Randall-Sundrum brane worlds), we would just have obtained different expressions for  $g$ ,  $m_r$  and  $\delta m$  (see eqs. (44)).

Finally, if one considers two parallel 3-branes in a bulk with more than five dimensions (say  $3 + N + 1$ , with  $N > 1$ ), the situation should be quite similar to that described in this paper. Indeed, considering a bijective relation between the two 3-branes, one can build a fibre bundle linking each point of the branes. Each fibre allows to define a preferential fifth dimension connecting both branes. Moreover, since the fermionic wave functions spread over the  $N - 1$  other extra dimensions, they must quickly decrease when going away from the branes. The system would therefore reduce from  $3 + N + 1$  to  $3 + 1 + 1$  dimensions similar to the setup considered in this paper [9].

As a consequence, we conjecture that at low energy, any multidimensional setup containing two branes can be described by a two-sheeted spacetime in the formalism of the noncommutative geometry. As a result, we also conjecture that the so-called "swapping effect" originally predicted in the context of  $M_4 \times Z_2$  geometries [21, 22] might be a model-independent feature of any multidimensional setup containing at least two branes. Note that, due to the links expected between domain-walls and string theories [26], one might also wonder to what extent the "swapping effect" described here could be hidden in string theories as well.

### Appendix A: Derivation of the explicit expression of $\tilde{H}$

In the following, we detail how eq. (43) can be derived from eq. (42). In eq. (42), the two-level Hamiltonian  $\tilde{H}$  was written as

$$\tilde{H} = \frac{1}{1-s^2} \otimes \begin{pmatrix} h_{+,+} - sh_{-,+} & h_{+,-} - sh_{-,-} \\ h_{-,+} - sh_{+,+} & h_{-,-} - sh_{+,-} \end{pmatrix} \quad (\text{A1})$$

Using equations (6), (10), (11), (14)-(18), (37) and (38), the terms of (A1) can be expressed as follows

$$s = a + \gamma^5 b \quad (\text{A2})$$

with

$$\begin{cases} a = \int \{f_+(z)f_-(z) + \kappa_-(z)\kappa_+(z)\} dz \\ b = \int \{f_-(z)\kappa_+(z) + \kappa_-(z)f_+(z)\} dz \end{cases} \quad (\text{A3})$$

and

$$h_{i,j} = \left\{ \int \Pi_i^\dagger(z) \Pi_j(z) dz \right\} \{-i\gamma^0 \gamma^\eta \partial_\eta\} + \gamma^0 \gamma^5 \alpha_{i,j} + \gamma^0 \beta_{i,j} + \gamma^0 G_{i,j} + \gamma^0 \gamma^5 \tilde{G}_{i,j} \quad (\text{A4})$$

with

$$\begin{cases} \alpha_{i,j} = \lambda \int \{\Phi_i(z) + \Delta\Phi\} \{f_i(z)\kappa_j(z) - \kappa_i(z)f_j(z)\} dz - mb \text{ if } i \neq j \\ \alpha_{i,i} = 0 \end{cases} \quad (\text{A5})$$

and

$$\begin{cases} \beta_{i,j} = \lambda \int \{\Phi_i(z) + \Delta\Phi\} \{f_i(z)f_j(z) - \kappa_i(z)\kappa_j(z)\} dz + ma \text{ if } i \neq j \\ \beta_{i,i} = m + \lambda \int \Phi_j(z) \{f_i^2(z) - \kappa_i^2(z)\} dz \text{ where } i \neq j \end{cases} \quad (\text{A6})$$

We note that, according to eq. (5) and eq. (6),  $\Phi_\pm(z) = \mp\Phi(z \mp d/2)$  and  $\Delta\Phi = -\eta$ .  $\alpha_{i,j}$  is related to the projection of the first derivative  $\partial_z$  term of  $H$  (see eq. (37)) onto the independent states of each brane.  $\beta_{i,j}$  is related to the projection of the scalar field  $\Phi$  term of  $H$  onto the independent states of each brane.

Recalling that  $\mathcal{A}(x, z) = \mathcal{A}^+(x, z) + \mathcal{A}^-(x, z)$  (see subsection IV B) and using  $\mathcal{A} = \gamma^\mu \mathcal{A}_\mu$ , one also gets:

$$\begin{cases} G_{i,j} = \mathcal{A}_{i,j}^+ + \mathcal{A}_{i,j}^- - i\mathcal{A}_{z,i,j}^+ - i\mathcal{A}_{z,i,j}^- \\ \tilde{G}_{i,j} = \mathcal{B}_{i,j}^+ + \mathcal{B}_{i,j}^- + i\mathcal{B}_{z,i,j}^+ + i\mathcal{B}_{z,i,j}^- \end{cases} \quad (\text{A7})$$

with

$$\begin{cases} \mathcal{A}_{i,j}^\pm = \int \{f_i(z)f_j(z) + \kappa_i(z)\kappa_j(z)\} \mathcal{A}^\pm dz \\ \mathcal{A}_{z,i,j}^\pm = \int \{f_i(z)\kappa_j(z) - \kappa_i(z)f_j(z)\} \mathcal{A}_z^\pm dz \\ \mathcal{B}_{i,j}^\pm = - \int \{f_i(z)\kappa_j(z) + \kappa_i(z)f_j(z)\} \mathcal{A}^\pm dz \\ \mathcal{B}_{z,i,j}^\pm = - \int \{f_i(z)f_j(z) - \kappa_i(z)\kappa_j(z)\} \mathcal{A}_z^\pm dz \end{cases} \quad (\text{A8})$$

Hence, the Hamiltonian (A1) can be written as:

$$\begin{aligned} \tilde{H} = & \begin{pmatrix} -i\gamma^0 \gamma^\eta \partial_\eta & 0 \\ 0 & -i\gamma^0 \gamma^\eta \partial_\eta \end{pmatrix} + \\ & \frac{1}{1-s^2} \otimes \begin{pmatrix} \gamma^0 (\beta_{+,+} + b\alpha_{-,+} - a\beta_{-,+}) - \gamma^0 \gamma^5 (a\alpha_{-,+} - b\beta_{-,+}) \\ \gamma^0 \gamma^5 (\alpha_{-,+} + b\beta_{+,+}) + \gamma^0 (\beta_{-,+} - a\beta_{+,+}) \\ \gamma^0 \gamma^5 (\alpha_{+,-} + b\beta_{-,-}) + \gamma^0 (\beta_{+,-} - a\beta_{-,-}) \\ \gamma^0 (\beta_{-,-} + b\alpha_{+,-} - a\beta_{+,-}) - \gamma^0 \gamma^5 (a\alpha_{+,-} - b\beta_{+,-}) \end{pmatrix} + \\ & \frac{1}{1-s^2} \otimes \begin{pmatrix} \gamma^0 (G_{+,+} - aG_{-,+} - b\tilde{G}_{-,+}) + \gamma^0 \gamma^5 (\tilde{G}_{+,+} - a\tilde{G}_{-,+} - bG_{-,+}) \\ \gamma^0 (G_{-,+} - aG_{+,+} - b\tilde{G}_{+,+}) + \gamma^0 \gamma^5 (\tilde{G}_{-,+} - a\tilde{G}_{+,+} - bG_{+,+}) \\ \gamma^0 (G_{+,-} - aG_{-,-} - b\tilde{G}_{-,-}) + \gamma^0 \gamma^5 (\tilde{G}_{+,-} - a\tilde{G}_{-,-} - bG_{-,-}) \\ \gamma^0 (G_{-,-} - aG_{+,-} - b\tilde{G}_{+,-}) + \gamma^0 \gamma^5 (\tilde{G}_{-,-} - a\tilde{G}_{+,-} - bG_{+,-}) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A9})$$

The integrals  $a$ ,  $b$ ,  $\alpha_{i,j}$  (with  $i \neq j$ ) and  $\beta_{i,j}$  (with  $i \neq j$ ) involve the overlapping of the fermionic wave functions of each brane. These terms have to be small enough to act as a correction and for a sake of simplicity, we assume that higher-order terms (i.e.  $a^2$ ,  $b^2$ ,  $ab$ ,  $a\alpha_{\mp,\pm}$ ,  $b\alpha_{\mp,\pm}$ ,  $a\beta_{\mp,\pm}$ ,  $b\beta_{\mp,\pm}$ , ...) can be fairly neglected.

The terms related to the gauge field (see eqs. (A7) and (A8)) must be considered with caution. Indeed, since the gauge terms are related to quantum corrections of the 5D gauge field, one must take care of undesirable anomalies that could break the gauge invariance or the hermiticity of the two-level Hamiltonian. Assuming for instance that the Hamiltonian remains Hermitic requires these undesirable terms to vanish. In practice, the terms inducing anomalies can be cancelled by adding convenient extra fermion species, or compensated through some quantum number flows in the bulk [32]. In addition, the integrals  $G_{i,j}$  and  $\tilde{G}_{i,j}$  (with  $i \neq j$ ) also imply an overlapping of the fermionic wave functions of each brane. These terms should act as perturbative terms. For similar reasons, the higher-order terms  $aG_{i,j}$ ,  $bG_{i,j}$ ,  $a\tilde{G}_{i,j}$  and  $b\tilde{G}_{i,j}$  can be fairly neglected. Keeping the only relevant gauge field terms (see section IV), the Hamiltonian (A9) reduces then to:

$$\tilde{H} = \begin{pmatrix} -i\gamma^0\gamma^\eta\partial_\eta + \gamma^0m + \gamma^0\delta m_+ + \gamma^0\mathcal{A}_{+,+}^+ & \gamma^0\gamma^5g_{+,-} + \gamma^0m_{+,-} - \gamma^0\gamma^5\Upsilon \\ \gamma^0\gamma^5g_{-,+} + \gamma^0m_{-,+} + \gamma^0\gamma^5\bar{\Upsilon} & -i\gamma^0\gamma^\eta\partial_\eta + \gamma^0m + \gamma^0\delta m_- + \gamma^0\mathcal{A}_{-,-}^- \end{pmatrix} \quad (\text{A10})$$

where

$$\begin{cases} g_{\pm,\mp} = \mp\lambda \int \{\Phi_\pm + \Delta\Phi\} \{f_-(z)\kappa_+(z) - \kappa_-(z)f_+(z)\} dz \\ m_{\pm,\mp} = \lambda \int \{\Phi_\pm + \Delta\Phi\} \{f_-(z)f_+(z) - \kappa_-(z)\kappa_+(z)\} dz \\ \delta m_\pm = \lambda \int \Phi_\mp \{f_\pm^2(z) - \kappa_\pm^2(z)\} dz \end{cases} \quad (\text{A11})$$

and

$$\begin{cases} \Upsilon = \varphi + \gamma^5\phi \\ \bar{\Upsilon} = \varphi^* - \gamma^5\phi^* \end{cases} \quad (\text{A12})$$

with

$$\begin{cases} \phi = i \int \{f_+(z)\kappa_-(z) - \kappa_+(z)f_-(z)\} \{\mathcal{A}_z^+ + \mathcal{A}_z^-\} dz \\ \varphi = i \int \{f_+(z)f_-(z) - \kappa_+(z)\kappa_-(z)\} \{\mathcal{A}_z^+ + \mathcal{A}_z^-\} dz \end{cases} \quad (\text{A13})$$

Since  $\tilde{H}$  must be hermitic, the properties of  $g_{ij}$  and  $m_{ij}$  can be easily deduced. We get  $g_{+,-} = -g_{-,+} = -g$  and  $m_{-,+} = m_{+,-} = m_r$ . Due to the symmetry between both branes, we get  $\delta m_\pm = \delta m$ . Finally the effective Hamiltonian reads:

$$\tilde{H} = \begin{pmatrix} -i\gamma^0\gamma^\eta(\partial_\eta + iqA_\eta^+) + \gamma^0m + \gamma^0\delta m + qA_0^+ & -\gamma^0\gamma^5g + \gamma^0m_r - \gamma^0\gamma^5\Upsilon \\ \gamma^0\gamma^5g + \gamma^0m_r + \gamma^0\gamma^5\bar{\Upsilon} & -i\gamma^0\gamma^\eta(\partial_\eta + iqA_\eta^-) + \gamma^0m + \gamma^0\delta m + qA_0^- \end{pmatrix} \quad (\text{A14})$$

where we have assumed that

$$qA_\mu^\pm = \int \{f_\pm^2(z) + \kappa_\pm^2(z)\} \mathcal{A}_\mu^\pm(x, z) dz \quad (\text{A15})$$

with the field redefinition  $a_\mu^\pm \rightarrow qA_\mu^\pm$ . The constant with the dimension of a charge  $q$  gives to the effective gauge vector fields the correct usual physical dimensions.  $A_\mu^\pm$  correspond to the usual electromagnetic fields onto the brane (+) or (-).

Assuming the first order approximation,  $g$  (respectively  $m_r$ ) is only related to  $\alpha_{i,j}$  (respectively  $\beta_{i,j}$ ) (see eq. (A5) and eq. (A6)). In that case,  $g$  depends only on the first order derivative  $\partial_z$  along the continuous extra dimension while  $m_r$  is only related to the scalar field  $\Phi$ .

## Appendix B: Estimation of $g$ , $m_r$ and $\delta m$

In the present appendix we consider the behavior of  $g$ ,  $m_r$  and  $\delta m$  from the expressions given by eqs. (44). Using expressions (6) and (18), eqs. (44) can be written as:

$$\begin{cases} g = (1/2)\lambda\eta \int \{\tanh((z+d/2)/\xi) - 1\} \{f_{R,+}(z)f_{L,-}(z) - f_{L,+}(z)f_{R,-}(z)\} dz \\ m_r = (1/2)\lambda\eta \int \{\tanh((z+d/2)/\xi) - 1\} \{f_{L,+}(z)f_{R,-}(z) + f_{R,+}(z)f_{L,-}(z)\} dz \\ \delta m = \lambda\eta \int \tanh((z+d/2)/\xi) f_{R,+}(z)f_{L,+}(z) dz \end{cases} \quad (\text{B1})$$

The expressions of  $f_{L/R,\pm}(z)$  are easily deduced from expressions (21) to (23). It can be shown (with the help of a numerical tool like *Mathematica*<sup>®</sup> for instance) that there is no trivial analytical expressions for such integrals (B1) except if  $\varepsilon = \lambda\sqrt{2}/\chi = \lambda\eta\xi$  is an integer. In that case, the above integrals can be written as a ratio of two functions. Each function appears then as a sum of exponential terms:  $\exp(-nd/\xi)$  and  $(d/\xi)\exp(-nd/\xi)$  where  $n$  are integers. In the two-brane solutions considered here, we have  $d \gg \xi$  and the integrals can then be approximated by a single exponential function. By considering the first massive mode, several cases can be considered related to the mass  $m = m_1 = k\sqrt{2\varepsilon - 1}$  of the particle trapped on a brane (we set  $k = 1/\xi$ ):

|                   | Fermion mass $m$ | Coupling Constant $g$ | Off-Diagonal Mass $m_r$ | Mass Correction $\delta m$   |
|-------------------|------------------|-----------------------|-------------------------|------------------------------|
| $\varepsilon = 1$ | $k$              | 0                     | 0                       | 0                            |
| $\varepsilon = 2$ | $k\sqrt{3}$      | $2ke^{-kd}$           | $-2ke^{-kd}$            | $8\sqrt{3}k(kd - 1)e^{-2kd}$ |
| $\varepsilon = 3$ | $k\sqrt{5}$      | $24ke^{-2kd}$         | $6ke^{-2kd}$            | $6\sqrt{5}ke^{-2kd}$         |
| $\varepsilon = 4$ | $k\sqrt{7}$      | $180ke^{-3kd}$        | $100ke^{-3kd}$          | $4\sqrt{7}ke^{-2kd}$         |
| $\varepsilon = 5$ | $3k$             | $1120ke^{-4kd}$       | $770ke^{-4kd}$          | $10ke^{-2kd}$                |

A first noticeable point is that the coupling constant  $g$  decreases when  $\varepsilon$  increases. Indeed, it should be kept in mind that the fermionic wave functions become sharply localized when  $\varepsilon$  increases (see subsection III A), such that the overlap of the fermionic states of each brane also decreases. It is also noticeable that  $g$  can be written as  $g = f_\varepsilon k \exp(-nk d)$  (where  $n$  is an integer related to  $\varepsilon$  and  $f_\varepsilon$  a constant which depends of  $\varepsilon$ ). As a consequence, the phenomenological distance  $\delta$  between the branes becomes  $\delta = f_\varepsilon^{-1} \xi \exp(nd/\xi)$  and is related to the real distance  $d$  between branes and to the brane thickness  $\xi$ .

Let us consider, for instance, the case  $\varepsilon = 2$  (for which  $m = k\sqrt{3} = \sqrt{3}/\xi$ ) assuming a mass  $m$  equals to the electron mass. We get  $g = 10^3 \text{ m}^{-1}$  i.e.  $\delta = 1 \text{ mm}$  when  $d = 1,46 \cdot 10^{-11} \text{ m}$  (i.e. about 22 times the brane thickness). For  $d = 2,38 \cdot 10^{-11} \text{ m}$  (i.e. about 36 times the brane thickness) we get  $g = 10^{-3} \text{ m}^{-1}$  i.e.  $\delta = 1 \text{ km}$ . Therefore, the real distance  $d$  between branes is in agreement with our  $d \gg \xi$  hypothesis. Furthermore, the values of the coupling constant  $g$  are also consistent with observable phenomena in the context of present day technology [21, 22, 30, 33]. It can be noticed that slight fluctuations of the actual distance  $d$  between branes lead to strong variations of the coupling constant  $g$  ( $g$  is multiplied by  $10^6$  when  $d$  is divided by 1,6). Finally, for a range of distances  $d$  between branes, the model remains fully consistent with constraints induced by Newton law variation measurements [16].

- 
- [1] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, J. March-Russell, Stabilization of Sub-Millimeter Dimensions: The New Guise of the Hierarchy Problem, *Phys. Rev. D* 63 (2001) 064020, hep-th/9809124;  
L. Randall, R. Sundrum, Large mass hierarchy from a small extra dimension, *Phys. Rev. Lett.* 83 (1999) 3370, hep-ph/9905221.
  - [2] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, G. Dvali, N. Kaloper, Manyfold Universe, *JHEP* 12 (2000) 010, hep-ph/9911386.
  - [3] J. Khoury, B.A. Ovrut, P.J. Steinhardt, N. Turok, The Ekpyrotic Universe: Colliding Branes and the Origin of the Hot Big Bang, *Phys. Rev. D* 64 (2001) 123522, hep-th/0103239;  
S. Rasanen, On ekpyrotic brane collisions, *Nucl. Phys. B* 626 (2002) 183, hep-th/0111279.
  - [4] R. Davies, D. P. George, R. R. Volkas, The standard model on a domain-wall brane?, *Phys. Rev. D* 77 (2008) 124038, arXiv: 0705.1584 [hep-ph];  
R. R. Volkas, A domain-wall-brane-localized standard model, *AIP Conf. Proc.* 957 (2007) 279, arXiv: 0708.3884 [hep-ph];  
G. A. Palma, Confining the Electroweak Model to a Brane, *Phys. Rev. D* 73 (2006) 045023, hep-th/0505170.
  - [5] R. Davies, D. P. George, Fermions, scalars and Randall-Sundrum gravity on domain-wall branes, *Phys. Rev. D* 76 (2007) 104010, arXiv: 0705.1391 [hep-ph];  
C. Ringeval, P. Peter, J.-P. Uzan, Localisation of massive fermions on the brane, *Phys. Rev. D* 65 (2002) 044016, hep-th/0109194;  
R. Koley, S. Kar, Scalar kinks and fermion localisation in warped spacetimes, *Class. and Quant. Grav.* 22 (2005) 753, hep-th/0407158;  
A. Melfo, N. Pantoja, J. D. Tempo, Fermion localization on thick branes, *Phys. Rev. D* 73 (2006) 044033, hep-th/0601161;  
J. Hisano, N. Okada, On Effective Theory of Brane World with Small Tension, *Phys. Rev. D* 61 (2000) 106003, hep-ph/9909555.
  - [6] D. P. George, R. R. Volkas, Kink modes and effective four dimensional fermion and Higgs brane models, *Phys. Rev. D* 75 (2007) 105007, hep-ph/0612270.
  - [7] R. Gregory, V.A. Rubakov, S.M. Sibiryakov, Brane worlds: the gravity of escaping matter, *Class. and Quant. Grav.* 17 (2000) 4437, hep-th/0003109;

- S.L. Dubovsky, V.A. Rubakov, P.G. Tinyakov, Brane world: disappearing massive matter, *Phys. Rev. D* 62 (2000) 105011, hep-th/0006046.
- [8] Y.-X. Liu, L.-D. Zhang, L.-J. Zhang, Y.-S. Duan, Fermions on thick branes in the background of sine-Gordon kinks, *Phys. Rev. D* 78 (2008) 065025, arXiv: 0804.4553 [hep-th];  
A. A. Andrianov, V.A. Andrianov, P. Giacconi, R. Soldati, Domain wall generation by fermion self-interaction and light particles, *JHEP* 07 (2003) 063, hep-ph/0305271.
- [9] H. Collins, B. Holdom, The Randall-Sundrum Scenario with an Extra Warped Dimension, *Phys. Rev. D* 64 (2001) 064003, hep-ph/0103103;  
Z.-Q. Guo, B.-Q. Ma, Fermion Families from Two Layer Warped Extra Dimensions, *JHEP* 08 (2008) 065, arXiv: 0808.2136 [hep-ph].
- [10] G. Gibbons, K.-I. Maeda, Y.-I. Takamizu, Fermions on Colliding Branes, *Phys. Lett. B* 647 (2007) 1, hep-th/0610286.
- [11] Y. Brihaye, T. Delsate, Remarks on bell-shaped lumps: stability and fermionic modes, *Phys. Rev. D* 78 (2008) 025014, arXiv: 0803.1458 [hep-th];  
Y.-Z. Chu, T. Vachaspati, Fermions on one or fewer Kinks, *Phys. Rev. D* 77 (2008) 025006, arXiv: 0709.3668 [hep-th].
- [12] P. Dimopoulos, K. Farakos, A. Kehagias, G. Koutsoumbas, Lattice Evidence for Gauge Field Localization on a Brane, *Nucl. Phys. B* 617 (2001) 237, hep-th/0007079;  
M. J. Duff, J. T. Liu, W.A. Sabra, Localization of supergravity on the brane, *Nucl. Phys. B* 605 (2001) 234, hep-th/0009212;  
G. Dvali, M. Shifman, Domain Walls in Strongly Coupled Theories, *Phys. Lett. B* 396 (1997) 64, hep-th/9612128;  
K. Ghoroku, A. Nakamura, Massive vector trapping as a gauge boson on a brane, *Phys. Rev. D* 65 (2002) 084017, hep-th/0106145;  
E. Kh. Akhmedov, Dynamical localization of gauge fields on a brane, *Phys. Lett. B* 521 (2001) 79, hep-th/0107223.
- [13] G. Dvali, G. Gabadadze, M. Shifman, (Quasi)Localized Gauge Field on a Brane: Dissipating Cosmic Radiation to Extra Dimensions?, *Phys. Lett. B* 497 (2001) 271, hep-th/0010071;  
G. Dvali, G. Gabadadze, M. Porrati, 4D Gravity on a Brane in 5D Minkowski Space, *Phys. Lett. B* 485 (2000) 208, hep-th/0005016;  
S.L. Dubovsky, V.A. Rubakov, On models of gauge field localization on a brane, *Int. J. Mod. Phys. A* 16 (2001) 4331-4350, hep-th/0105243.
- [14] Y.-X. Liu, Z.-H. Zhao, S.-W. Wei and Y.-S. Duan, Bulk Matters on Symmetric and Asymmetric de Sitter Thick Branes, *J. Cosmol. Astropart. Phys.* 02 (2009) 003, arXiv: 0901.0782 [hep-th];  
Y.-X. Liu, L.-D. Zhang, S.-W. Wei and Y.-S. Duan, Localization and Mass Spectrum of Matters on Weyl Thick Branes, *JHEP* 08 (2008) 041, arXiv: 0803.0098 [hep-th].
- [15] D. Hooper, S. Profumo, Dark Matter and Collider Phenomenology of Universal Extra Dimensions, *Phys. Rept.* 453 (2007) 29, hep-ph/0701197;  
I. Antoniadis, N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, G. Dvali, New dimensions at a millimeter to a Fermi and superstrings at a TeV, *Phys. Lett. B* 436 (1998) 257, hep-ph/9804398.
- [16] J. Chiaverini, S. J. Smullin, A. A. Geraci, D. M. Weld, A. Kapitulnik, New Experimental Constraints on Non-Newtonian Forces below 100 microns, *Phys. Rev. Lett.* 90 (2003) 151101, hep-ph/0209325;  
Y. Shtanov, A. Vitznyuk, Linearized gravity on the Randall-Sundrum two-brane background with curvature terms in the action for the branes, *Class. and Quant. Grav.* 22 (2005) 987, hep-th/0312261.
- [17] A. Connes, J. Lott, Particle models and non-commutative geometry, *Nucl. Phys. B* 18B (Proc. Suppl.) (1991) 29;  
A. Connes, *Non-Commutative Geometry* (Academic Press, San Diego, CA, 1994).
- [18] J. M. Gracia-Bondia, B. Iochum, T. Schucker, The standard model in noncommutative geometry and fermion doubling, *Phys. Lett. B* 416 (1998) 123, hep-th/9709145;  
F. Lizzi, G. Mangano, G. Miele, G. Sparano, Mirror Fermions in Noncommutative Geometry, *Mod. Phys. Lett. A* 13 (1998) 231, hep-th/9704184;  
F. Lizzi, G. Mangano, G. Miele, G. Sparano, Fermion Hilbert Space and Fermion Doubling in the Noncommutative Geometry Approach to Gauge Theories, *Phys. Rev. D* 55 (1997) 6357, hep-th/9610035;  
H. Kase, K. Morita, Y. Okumura, A Field-Theoretic Approach to Connes' Gauge Theory on  $M_4 \times Z_2$ , *Int. J. Mod. Phys. A* 16 (2001) 3203, hep-th/0010253;  
C. Macesanu, K. C. Wali, The Higgs Sector on a Two-Sheeted Space Time, *Int. J. Mod. Phys. A* 21 (2006) 4519, hep-ph/0503147.
- [19] N. A. Viet, K. C. Wali, Chiral spinors and gauge fields in noncommutative curved space-time, *Phys. Rev. D* 67 (2003) 124029, hep-th/0212062;  
N.A. Viet, K.C. Wali, Non-commutative geometry and a Discretized Version of Kaluza-Klein theory with a finite field content, *Int. J. Mod. Phys. A* 11 (1996) 533, hep-th/9412220.
- [20] H. Kase, K. Morita, Y. Okumura, Lagrangian Formulation of Connes' Gauge Theory, *Prog. Theor. Phys.* 101 (1999) 1093, hep-th/9812231.
- [21] F. Petit, M. Sarrazin, Quantum dynamics of massive particles in a non-commutative two-sheeted space-time, *Phys. Lett. B* 612 (2005) 105, hep-th/0409084;  
M. Sarrazin, F. Petit, Matter localization and resonant deconfinement in a two-sheeted spacetime, *Int. J. Mod. Phys. A* 22 (2007) 2629, hep-th/0603194.
- [22] M. Sarrazin, F. Petit, Quantum dynamics of particles in a discrete two-branes world model: Can matter particles exchange occur between branes?, *Acta Phys. Polon. B* 36 (2005) 1933, hep-th/0409083;  
F. Petit, M. Sarrazin, Plausible faster-than-light displacements in a two-sheeted spacetime, *Phys. Rev. D* 76 (2007) 085005,

- arXiv: 0706.4025 [hep-th].
- [23] P. Horava, E. Witten, Heterotic and Type I String Dynamics from Eleven Dimensions, Nucl. Phys. B 460 (1996) 506, hep-th/9510209;  
P. Horava, E. Witten, Eleven-Dimensional Supergravity on a Manifold with Boundary, Nucl. Phys. B 475 (1996) 94, hep-th/9603142.
  - [24] K. Akama, Pregeometry, Lect. Notes Phys. 176 (1983) 267, hep-th/0001113;  
M. Pavsic, Einstein's gravity from a first order lagrangian in an embedding space, Phys. Lett. A 116 (1986) 1, gr-qc/0101075.
  - [25] V.A. Rubakov, M.E. Shaposhnikov, Do we live inside a domain wall?, Phys. Lett. B 125 (1983) 136.
  - [26] A. Lukas, B.A. Ovrut, K.S. Stelle, D. Waldram, The Universe as a Domain Wall, Phys. Rev. D 59 (1999) 086001, hep-th/9803235;  
N. D. Antunes, E. J. Copeland, M. Hindmarsh, A. Lukas, Kinky Brane Worlds, Phys. Rev. D 68 (2003) 066005, hep-th/0208219;  
J. M. Maldacena, The Large N Limit of Superconformal Field Theories and Supergravity, Adv. Theor. Math. Phys. 2 (1998) 231, hep-th/9711200;  
C. Kokorelis, Exact Standard model Structures from Intersecting D5-branes, Nucl. Phys. B 677 (2004) 115, hep-th/0207234;  
D. Cremades, L.E.Ibanez and F.Marchesano, Standard model at intersecting D5-Branes: lowering the string scale, Nucl. Phys. B 643 (2002) 93, hep-th/0205074.
  - [27] L. Randall, R. Sundrum, An alternative to compactification, Phys. Rev. Lett. 83 (1999) 4690, hep-th/9906064.
  - [28] A. Melchiorri, A. Polosa, A. Strumia, New bounds on millicharged particles from cosmology, Phys. Lett. B 650 (2007) 416, hep-ph/0703144;  
S.N. Gninenko, N.V. Krasnikov, A. Rubbia, Search for millicharged particles in reactor neutrino experiments: a probe of the PVLAS anomaly, Phys. Rev. D 75 (2007) 075014, hep-ph/0612203;  
S.L. Dubovsky, D.S. Gorbunov, G.I. Rubtsov, Narrowing the window for millicharged particles by CMB anisotropy, JETP Lett. 79 (2004) 1, hep-ph/0311189;  
A. A. Prinz, R. Baggs, J. Ballam, S. Ecklund, C. Fertig, J. A. Jaros, K. Kase, A. Kulikov, W. G. J. Langeveld, R. Leonard, T. Marvin, T. Nakashima, W. R. Nelson, A. Odian, M. Pertsova, G. Putallaz, and A. Weinstein, "Search for Millicharged Particles at SLAC", Phys. Rev. Lett. 81 (1998) 1175, hep-ex/9804008.
  - [29] S. Abel and B. Schofield, Brane-Antibrane Kinetic Mixing, Millicharged Particles and SUSY Breaking, Nucl. Phys. B 685 (2004) 150, hep-th/0311051;  
R. Foot, A. Yu. Ignatiev, R.R. Volkas, Physics of mirror photons, Phys. Lett. B 503 (2001) 355, astro-ph/0011156.
  - [30] M. Sarrazin, F. Petit, Probing braneworlds through artificial matter exchange between branes: experimental setups for neutron and helium-3 disappearance, arXiv: 0809.2060 [hep-ph].
  - [31] R. Foot, H. Lew, R.R. Volkas, Unbroken versus broken mirror world: a tale of two vacua, JHEP 07 (2000) 032, hep-ph/0006027.
  - [32] C.G. Callan, J.A. Harvey, Anomalies and fermion zero modes on strings and domain walls, Nucl. Phys. B 250 (1985) 427.
  - [33] M. Sarrazin, F. Petit, Artificially induced positronium oscillations in a two-sheeted spacetime: consequences on the observed decay processes, Int. J. Mod. Phys. A 21 (2006) 6303, hep-th/0505014.

---

## Experimental limits on neutron disappearance into another braneworld





# Experimental limits on neutron disappearance into another braneworld

Michaël Sarrazin<sup>a,\*</sup>, Guillaume Pignol<sup>b</sup>, Fabrice Petit<sup>c</sup>, Valery V. Nesvizhevsky<sup>d</sup>

<sup>a</sup>Department of Physics, University of Namur (FUNDP), 61 rue de Bruxelles, B-5000 Namur, Belgium  
<sup>b</sup>LPSC, Université Joseph Fourier, CNRS/IN2P3 - INPG, 53 rue des Martyrs, F-38026 Grenoble, France

<sup>c</sup>BCRC (Member of EMRA), 4 avenue du gouverneur Cornet, B-7000 Mons, Belgium

<sup>d</sup>Institut Laue-Langevin, 6 rue Jules Horowitz, F-38042 Grenoble, France

## Abstract

Recent theoretical works have shown that matter swapping between two parallel braneworlds could occur under the influence of magnetic vector potentials. In our visible world, galactic magnetism possibly produces a huge magnetic potential. As a consequence, this paper discusses the possibility to observe neutron disappearance into another braneworld in certain circumstances. The setup under consideration involves stored ultracold neutrons – in a vessel – which should exhibit a non-zero probability  $p$  to disappear into an invisible brane at each wall collision. An upper limit of  $p$  is assessed based on available experimental results. This value is then used to constrain the parameters of the theoretical model. Possible improvements of the experiments are discussed, including enhanced stimulated swapping by artificial means.

**Keywords:** Brane phenomenology, Braneworlds, Matter disappearance, Ultracold neutrons

## 1. Introduction

According to the braneworld hypothesis, our observable Universe can be considered as a three-dimensional space sheet (a 3-brane) embedded in a larger spacetime with  $N > 4$  dimensions (the bulk) [1]. Brane is a concept inherited from high energy physics and unification models. Testing the existence of branes or extra dimensions is therefore becoming a fundamental challenge. Such evidences are expected to be obtained through high energy collisions [2–4], but it has been also demonstrated that some detectable effects could also be observed at low energy [2, 3, 5–20]. This is the topic of the present paper.

Some authors have early underlined or suggested that the particles of the standard model could be able to escape out of our visible world [2, 3, 6]. Many effects can be considered and have been explored until now along this line of thought. For instance, in some approaches, particles are expected to leak into the bulk through a tunnel effect [7]. Other works also considered that fluctuations of our home-brane could yield small bubbles branes, which carry chargeless matter particles (such as neutrons for instance) into the bulk [3]. In another context, other approaches consider some coupling between certain particles of the standard model and some hidden or dark sectors [6, 8–14]. It is sometimes suspected that such hidden sectors could live in other branes. It is the case with the photon-hidden photon kinetic mixing [8–10]. A  $U(1)$  field on a hidden brane can be coupled to the  $U(1)$  photon field of our brane through

a one-loop process in a stringy context [9, 10]. In the mirror world approaches, the matter-mirror matter mixing is also considered (with neutron and mirror neutron [11] for instance) though, in the best of our knowledge, a full derivation through a brane formalism is still lacking. Actually, ultracold neutron (UCN) experiments related to the neutron disappearance are then fundamental since they could allow to quantify or to distinguish among the different predicted phenomenologies [21, 22].

In previous works [15–19], two of the present authors (Sarrazin and Petit) have shown that for a bulk containing at least two parallel 3-branes hidden to each other, matter swapping between these two worlds should occur. The particle must be massive, can be electrically charged<sup>1</sup> or not, but must be endowed with a magnetic moment. This swapping effect between two neighboring 3-branes is triggered by using suitable magnetic vector potentials. More important, this new effect – different from those previously described in literature – could be detected and controlled with present day technology which opens the door to a possible experimental confirmation of the braneworld hypothesis. For charged particles, the swapping is possible though a few more difficult to achieve [17]. As a consequence, for a sake of simplicity and in order to be able to distinguish the swapping effect with other kind of predicted phenomena, we suggested the use of neutron for a prospective experiment.

In the present work we discuss the possibility that an astrophysical magnetic vector potential could lead to such a matter

\*Corresponding author

Email addresses: michael.sarrazin@fundp.ac.be (Michaël Sarrazin), guillaume.pignol@lpsc.in2p3.fr (Guillaume Pignol), f.petit@bcrc.be (Fabrice Petit), nesvizhevsky@ill.eu (Valery V. Nesvizhevsky)

<sup>1</sup>The model used in the present work can be proved and derived [15] from a domain wall approach in which the Dvali-Gabadadze-Shifman mechanism [23] is responsible for the gauge field localization on the brane. This mechanism allows electric charge leaks [23] contrary to other models, such as the bubble brane approach [3] for instance.

swapping. The basic argument is that the astrophysical vector potentials are considerably larger than any other counterpart generated in a laboratory. A possible consequence for free neutrons would be then high frequency and small amplitude oscillations of the matter swapping probability between the two branes. Ultracold neutrons stored in a vessel would therefore have a non-zero probability  $p$  to escape from our brane toward the hidden brane at each wall collision. Such a process would be perceived as a neutron disappearance from the point of view of an observer located in our brane. The purpose of this paper is to assess an upper limit on  $p$  based on already published data in literature. This upper limit is then used to constrain the parameters of the model. On the basis of this assessment, more sensitive experiments are suggested and described.

In section 2, the model describing the low-energy dynamics of a neutron in a two-brane Universe is recalled. The conditions leading to matter swapping between branes are given. We discuss the origin – and the magnitude – of the ambient magnetic vector potential, which is required to observe matter exchange between branes. The gravitational environment that can impede the swapping to occur, is also discussed. In section 3, available data from literature are analyzed and used to constrain the parameters of the two-brane Universe model. Finally, in section 4 improvements of the experimental setup are suggested. A variable-collision-rate experiment is proposed. A long timescale experiment as well as a laser-induced matter swapping experiment are also discussed.

## 2. Matter swapping between two braneworlds

In previous works [15, 16], it was shown that in a Universe containing two parallel braneworlds invisible to each other, the quantum dynamics of a spin-1/2 fermion can be described by a two-brane Pauli equation at low energies. For a neutron outside a nucleus, in electromagnetic and gravitational fields, the relevant equations can be written as [15]:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \psi_+ \\ \psi_- \end{pmatrix} = \{\mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_{cm}\} \begin{pmatrix} \psi_+ \\ \psi_- \end{pmatrix} \quad (1)$$

where the indices  $\pm$  are purely conventional and simply allow to discriminate the two branes.  $\psi_+$  and  $\psi_-$  are usual Pauli spinors corresponding to the wave functions in the (+) and (−) branes respectively, and where

$$\mathbf{H}_0 = \begin{pmatrix} \mu\sigma \cdot \mathbf{B}_+ + V_+ & 0 \\ 0 & \mu\sigma \cdot \mathbf{B}_- + V_- \end{pmatrix} \quad (2)$$

and

$$\mathbf{H}_{cm} = -ig\mu \begin{pmatrix} 0 & \sigma \cdot \{\mathbf{A}_+ - \mathbf{A}_-\} \\ -\sigma \cdot \{\mathbf{A}_+ - \mathbf{A}_-\} & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

such that  $\mathbf{A}_+$  and  $\mathbf{A}_-$  correspond to the magnetic vector potentials in the branes (+) and (−) respectively. The same convention is applied to the magnetic fields  $\mathbf{B}_\pm$  and to the gravitational potentials  $V_\pm$ .  $\mu$  is the magnetic moment of the particle. Each diagonal term of  $\mathbf{H}_0$  is simply the usual Pauli Hamiltonian for each brane. In addition to these usual terms, the two-brane

Hamiltonian comprises also a new term  $\mathbf{H}_{cm}$  fully specific of a Universe with two branes [15].  $\mathbf{H}_{cm}$  implies that matter exchange between branes depends on the magnetic moment and on the difference between the local (i.e. on a brane) values of the magnetic vector potentials.  $\mathbf{H}_{cm}$  leads to a phenomenology which shares some similarities with the mirror matter paradigm [6, 11–13] or other approaches involving some hidden or dark matter sectors [14]. Nevertheless the present approach differs in several ways:

- In the mirror (or hidden) matter formalism, it is often considered by implication that only one four-dimensional manifold exists and that particles split into two families: the standard and the mirror sectors. By contrast, in the present model, particles are restricted to those of the standard model but they have access to two distinct 3-branes (i.e. two distinct four-dimensional manifolds). As a consequence, in the mirror matter approach, matter and mirror matter particles undergo the same gravitational fields (i.e.  $V_+ = V_-$ ) <sup>2</sup> whereas in the present braneworld approach, matter is subjected to the gravitational fields of each brane (i.e.  $V_+ \neq V_-$ ) that possess their own gravitational sources.
- The coupling between the particles of each brane occurs in a specific way without recourse of the coupling considered in the mirror matter concept. The coupling term  $\mathbf{H}_{cm}$  is specific to the braneworld approach [15]. Since its value can be changed by modifying the local value of the magnetic vector potential, it can be consequently controlled by artificial means. The effects related to  $\mathbf{H}_{cm}$  [18, 19] can be then distinguished from those related to coupling from other models [11, 12].

However, instead of considering artificial (i.e. generated in a laboratory) vector potentials we are now focusing on the case of an ambient magnetic potential with an astrophysical origin (section 2.1). Let  $\mathbf{A}_{amb} = \mathbf{A}_{amb,+} - \mathbf{A}_{amb,-}$  be the difference of ambient magnetic potentials of each brane<sup>3</sup>. Assuming that  $\mu B_\pm \ll V_\pm$ , i.e. one can neglect the magnetic fields in the branes (especially one assumes that  $\nabla \times \mathbf{A}_{amb} = \mathbf{0}$ ), then by solving the Pauli equation, it can be shown that the probability for a neutron initially localized in our brane to be found in the other brane is:

$$P = \frac{4\Omega^2}{\eta^2 + 4\Omega^2} \sin^2 \left( (1/2) \sqrt{\eta^2 + 4\Omega^2} t \right) \quad (4)$$

where  $\eta = |V_+ - V_-|/\hbar$  and  $\Omega = g\mu A_{amb}/\hbar$ . Eq. (4) shows that the neutron in the potential  $A_{amb}$  undergoes Rabi-like oscillations between the branes. Note that the probability does

<sup>2</sup>Note that, in a recent paper [24] and in a different context related to the dark matter gravity, Berezhiani *et al* suggested that matter and mirror matter could not necessarily feel exactly the same gravitational interaction in the context of a bigravity approach.

<sup>3</sup>Usually, assessment of the value and direction of this cosmological magnetic potential field is ambiguous because it has no physical meaning in non-exotic gauge invariant physics. But in the present context the difference of the field between both branes would become physical.

not depend on the neutron spin state by contrast with the magnetic vector potential direction in space. As detailed in previous papers [17, 18], the environmental interactions (related to  $V_{\pm}$ ) are usually strong enough to almost suppress these oscillations. This can be verified by considering Eq. (4) showing that  $P$  decreases as  $\eta$  increases relatively to  $\Omega$ . Since no such oscillations have been observed so far, we can assume that the ratio  $\Omega/\eta$  is usually very small. As a consequence, the oscillations present a weak amplitude and a high angular frequency of the order  $\eta/2$ . Let us now consider a neutron gas in a vessel. In the general case, it is in a superposition of two states: neutron in our brane vs. neutron in the other brane. A collision between the neutron and a wall of the vessel acts therefore as a measurement and the neutron collapses either in our brane with a probability  $1 - p$  or in the other invisible brane with a probability  $p$ . It is therefore natural to consider that the neutron swapping rate  $\Gamma$  into the other brane is related to the collision rate  $\gamma$  between the neutron and the vessel walls, i.e.

$$\Gamma = \gamma p \quad (5)$$

with  $\gamma = 1/\langle t_f \rangle$  where  $\langle t_f \rangle$  is the average flight time of neutrons between two collisions on vessel walls. The probability  $p$  is the average of  $P$  according to the statistical distribution of the free flight times, i.e.

$$p = \langle P \rangle \sim \frac{2\Omega^2}{\eta^2} \quad (6)$$

Equations (5) and (6) are valid provided a large number of oscillations occur during a given time interval. This must be verified for  $\langle t_f \rangle$  (i.e.  $\eta \gg \gamma$ ) but also during the duration  $\delta t$  of a neutron collision on a wall (i.e.  $\eta \gg 1/\delta t$ )<sup>4</sup>. As shown hereafter, the lowest considered energies  $\eta\hbar$  are about  $10^{-2}$  eV, i.e.  $\eta \approx 2 \times 10^{13}$  Hz, while  $1/\delta t \approx 2 \times 10^8$  Hz and the greatest values of  $\gamma$  are about 20 Hz. As a consequence, the Eqs. (5) and (6) are legitimate in the present context.

### 2.1. Ambient magnetic vector potential

Let us now consider that a natural astrophysical magnetic vector potential  $\mathbf{A}_{amb}$  may have on the neutron dynamics in the vessel. The magnitude of such a potential was recently discussed in literature since it allows to constrain the photon mass [26, 27]. Of course, in the present work, we are not concerned by such exotic property of photon, which is assumed to be massless.  $\mathbf{A}_{amb}$  corresponds typically to a sum of individual contributions coming from astrophysical objects (star, planet, galaxy,...) that surround us. Indeed, each astrophysical object endowed with a magnetic moment  $\mathbf{m}$  induces a magnetic potential:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathbf{m} \times \mathbf{r}}{r^3} \quad (7)$$

from which the magnetic field  $\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r})$  produced by the object can be deduced. We get  $A \sim RB$  where  $R$  is the typical

distance from the astrophysical source. In the vicinity of Earth for instance, and at large distances from sources, we note that  $\mathbf{A}$  is then almost constant (i.e.  $\nabla \times \mathbf{A}_{amb} \approx \mathbf{0}$ ) and cannot be canceled with magnetic shields [26]. The magnitude of the main expected contributions to  $\mathbf{A}_{amb}$  can be easily deduced. For instance, the Earth contribution to  $A_{amb}$  is about 200 T·m while it is only 10 T·m for the Sun [26]. Now, if we consider the galactic magnetic field (about  $1 \mu\text{G}$  [28]) relatively to the Milky Way core (at about  $1.9 \times 10^{19}$  m) one gets  $A \approx 2 \times 10^9$  T·m [26, 27]. Note that in Refs. [26] a value of  $A \approx 10^{12}$  T·m was derived for the Coma galactic cluster. Unfortunately, other authors (see Goldhaber and Nieto in Ref. [27] for instance), underlined that substantial inhomogeneities can exist in the field distributions such that  $A_{amb}$  may strongly vary in different regions. As a consequence, there is a lack of knowledge concerning the magnitude of contributions from extragalactic scales [27, 29]. Therefore the value given in [26] cannot be presently considered as reliable enough to be used here. In addition, Eq. (3) shows that it is the difference  $\mathbf{A}_{amb} = \mathbf{A}_{amb,+} - \mathbf{A}_{amb,-}$  between the vector potentials of the two braneworlds that is relevant. Since  $\mathbf{A}_{amb,-}$  depends on unknown sources in the other brane, we cannot assess its value. For all these reasons, we should consider  $\mathbf{A}_{amb}$  as an unknown parameter of the model. Nevertheless, we will admit that a value of  $A_{amb} \approx 2 \times 10^9$  T·m is probably of the right order of magnitude [26, 27].

### 2.2. Gravitational potential $\eta$

In the present context,  $\eta = |V_+ - V_-|/\hbar$  and only gravitational interactions are relevant. It is difficult to specify the value of  $\eta\hbar$ . Indeed, since the gravitational contribution of the hidden world ( $V_-$ ) is unknown,  $\eta$  must be therefore an unknown parameter of the model. However, according to the estimations given in previous works [17],  $V_+$  could be of the order of 500 eV due to the Milky Way core gravitational potential acting on neutron. By contrast, the Sun, the Earth and the Moon contribute for about 9 eV, 0.65 eV and 0.1 meV. As a consequence, one can fairly suppose that the value of  $\eta$  is included in a range from few meV up to few keV.

At last, one notes that  $\eta$  must be also time-dependent. Let us consider the significant motion of Earth around the Sun. Owing to the Sun gravitational potential only, the energy of a neutron varies from 9.12 eV to 9.43 eV between the aphelion and the perihelion. This corresponds to an absolute shift of  $\eta$  of about 1.7 meV per day. Of course, the full time-dependence of  $\eta$  could also have other origins. For instance, the relative neutron motion with respect to the unknown matter distribution in the hidden brane. Nevertheless, it seems unlikely that our own solar system is "close" enough to a similar mass distribution (in the other brane) to induce a time-dependence on a timescale of the order of one day or one year. In this context, the most likely time-dependence will be induced by the Earth motion around the Sun, such that  $\Delta\eta \approx 0.31$  eV on one year. From Eq. (6), one can then expect a relative variation of the measured probability  $p$  about  $\Delta p/p \sim 2\Delta\eta/\eta$ . If the neutron oscillation between branes is detected and presents an annual dependence through  $\Delta p$ , since we can estimate  $\Delta\eta$  we can therefore expect specifying the value of  $\eta$ .

<sup>4</sup> $\delta t$  can be estimated as the time needed for a neutron to make a round trip along the penetration depth  $d$  of the wall (typically  $d \approx 10$  nm [25]). With  $\delta t \sim 2d/v$  (where  $v$  is the UCN velocity, here  $v \approx 4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ), one gets  $\delta t \approx 5$  ns.

| Experiment                     | $\tau_{\text{st}}[\text{s}]$ | $\gamma[\text{Hz}]$ | $p_{\text{max}} \times 10^6$ |
|--------------------------------|------------------------------|---------------------|------------------------------|
| Mampe <i>et al</i> [33]        | 713                          | 17                  | $16 \pm 2$                   |
| Nesvizhevsky <i>et al</i> [34] | 875                          | 4                   | $5 \pm 1$                    |
| Arzumanov <i>et al</i> [35]    | 780                          | 9                   | $17 \pm 4$                   |
| Serebrov <i>et al</i> [36]     | 873                          | 2.6                 | $6 \pm 1$                    |
| Pichlmaier <i>et al</i> [37]   | 771                          | 13                  | $13 \pm 1$                   |

Table 1: Summary of UCN storage experiments, with measured UCN storage time and wall collision rate taken from the original literature. The maximum loss probability at wall collision is derived for each experiment.

### 3. Measurements and analysis

#### 3.1. Limit of the swapping probability

In a typical experiment, ultracold neutrons are stored in a bottle, with a mean wall collision rate  $\gamma$  which is typically in the range from 1 Hz to 100 Hz. The number of stored neutrons decays by following a nearly exponential law with a decay time  $\tau_{\text{st}}$ . This storage time  $\tau_{\text{st}}$  is measured by counting the remaining neutrons after a storage period of variable duration. The inverse of the storage time is the sum of the neutron beta decay rate and the loss rate due to wall collisions:

$$\frac{1}{\tau_{\text{st}}} = \Gamma_{\beta} + \Gamma_{\text{loss}} + \gamma p \quad (8)$$

Here we have separated the contribution from the normal loss rate  $\Gamma_{\text{loss}}$  (due to inelastic scattering of neutrons at the surface for example) and that corresponding to a disappearance in the other brane  $\gamma p$ .

The purpose of trap experiments is to measure the beta decay lifetime of the neutron  $\tau_n = 1/\Gamma_{\beta}$ , by extrapolating the storage time to the ideal case where there is no extra losses. The extrapolation procedure is far from trivial and, as stated in the Particle Data Group compilation [30], the different experimental results are contradictory. Here we reinterpret some of the performed experiments to provide an upper limit on the exotic disappearance probability  $p$ .

Since the extrapolation procedure is in question, we will not try to account for the normal losses. Instead we shall attribute all the losses to the exotic phenomenon, and treat the obtained value for the loss as an upper limit on  $p$ :  $\Gamma_{\text{loss}} + \gamma p < \gamma p_{\text{lim}}$ . This way the presented analysis is not concerned by the present dispute about the neutron decay lifetime (the normal losses certainly satisfy  $\Gamma_{\text{loss}} > 0$ !).

The idea of the analysis is to compare the neutron decay rate measured in the absence of brane swapping and the storage time of stored ultracold neutrons where swapping occur at a rate  $\gamma p$ . When measuring  $\tau_n$  with the beam method, one really measures the beta decay channel: one measures the absolute proton activity of a cold neutron beamline. Byrne *et al* [31] measured the rate of proton production of a well-defined section of a cold neutron beam at the ILL and have reported a neutron lifetime of  $\tau_n = 889.2 \pm 4.8$  s. Using the same improved technique, Nico *et al* [32] measured  $\tau_n = 886.3 \pm 3.4$  s. The two independent results can be combined:

$$\tau_n = 887.3 \pm 2.8 \text{ s} \quad (9)$$

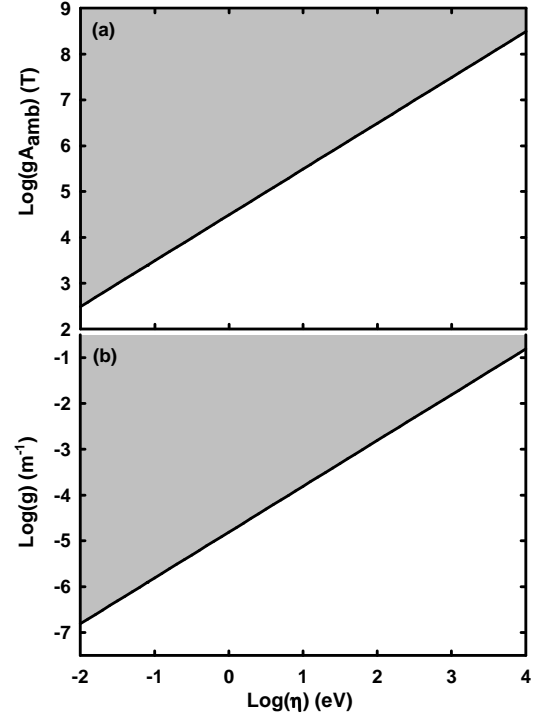


Figure 1: Experimental limits against the confinement energy  $\eta\hbar$  of  $gA_{\text{amb}}$  (a) and  $g$  (b) for  $A_{\text{amb}} = 2 \times 10^9$  T·m. Grey domains are excluded.

Next we consider the UCN trap experiments [33, 35–37] performed at the ultracold neutron beamline PF2 at the Institut Laue Langevin, using UCN traps coated with fluorinated polyether oil (Fomblin). We also consider the experiment [34] performed at the Saint Petersburg Institute of Nuclear Physics using a trap coated with solid Oxygen. In these experiments, the geometry of the UCN trap could be changed (thus changing  $\gamma$ ) and several measurements of  $\tau_{\text{st}}$  are done corresponding to different  $\gamma$  values. Table 1 shows the results extracted from the publications using only the data with the best storage time. In the last column, the maximal allowed probability for a neutron to escape in the other brane  $p_{\text{lim}}$  is extracted for each storage experiment using (8) and the pure beta decay lifetime value (9).

This analysis allows us finally to conclude

$$p < 7 \times 10^{-6} \quad (\text{at } 95\% \text{ C.L.}) \quad (10)$$

This conservative bound could be made even more robust by considering also  $\tau_n$  value extracted from magnetic trapping of UCNs when available. Indeed, when neutrons are magnetically trapped they cannot swap to the other brane, thus the lifetime value measured with magnetic traps could eventually be combined with the beam average (9).

#### 3.2. Constraints on $g$ and $\eta$

As a consequence of Eqs. (6) and (10), it becomes possible to constrain the values of the coupling constant  $g$  between the two braneworlds, and also the environmental potential  $\eta$ . Fig.

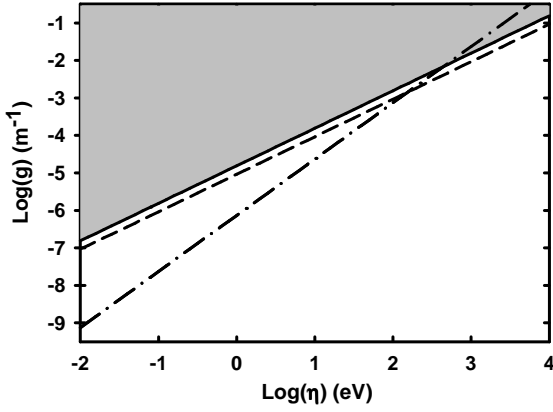


Figure 2: Solid line: Experimental limits for the coupling constant  $g$  against the confinement energy  $\eta\hbar$ . Dashed-dotted line: expected limits for a yearly experiment. Dashed line: expected limits for a resonant experiment (laser-induced). Grey domain is excluded.

1a shows  $gA_{amb}$  limits as a function of the confining energy  $\eta$ . Similarly, Fig. 1b shows the limit for  $g$  and varying  $\eta$  (assuming  $A_{amb} = 2 \times 10^9$  T·m). The resulting constraint is much better than our previous assessment in earlier works where the upper limit of  $g$  was obtained from considerations about millicharged particles [16]. In this case, it was shown that the upper constraint on millicharge  $q = \pm e\epsilon$  is given by  $\epsilon = (g/2m_e)^2$  ( $e$  is the absolute value of the electron charge and  $m_e$  the electron mass). From Ref. [16], we get  $g < 3 \times 10^{10} \text{ m}^{-1}$  from the millicharge constraint  $\epsilon < 4.1 \times 10^{-5}$  [38]. Even with more recent and stringent constraints [13, 39], we get  $g < 9 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$  from  $\epsilon < 3 \times 10^{-10}$  (see Berezhiani and Lepidi in Ref. [39]). As a result, ultracold neutron experiments appear as a relevant approach to constrain  $g$  (Some other possibilities are not considered for obvious reasons<sup>5</sup> [40, 41]).

#### 4. Further experiments

##### 4.1. Variable-collision-rate experiment

The most simple further experiment relies on a device with variable geometry, such that the ratio *volume/surface* of the vessel can be controlled. The collision rate  $\gamma$  then varies as the geometrical ratio. Obviously, the broader the sampling of  $\gamma$  is, the more accurate the knowledge of  $p$ . Moreover, for a given collision rate, the statistical sensitivity on the loss probability is

$$\Delta p = \frac{1}{\gamma} \frac{\Delta \tau}{\tau_n^2} \quad (11)$$

<sup>5</sup>Other ways could be expected to constrain  $g$  but are not relevant for now. Constraint from the primordial nucleosynthesis [40] cannot be obtained since the value of a primordial cosmological magnetic vector potential cannot be assessed at present. In addition, constraint from disappearance of bound neutrons in nuclei [41] would need for a rigorous expression of the swapping probability in this case. There is no simple relation between the disappearance probabilities of free neutron and neutron in nuclei and this complex topic is far beyond the scope of the present paper [42].

It is then relevant to increase the value of  $\gamma$  to decrease  $\Delta p$ . For instance, the statistical sensitivity of present UCN storage experiments is about  $\Delta \tau \approx 1$  s when measuring the neutron lifetime  $\tau_n \approx 900$  s. With a current wall collision rate of  $\gamma = 10$  Hz, this translates into  $\Delta p \approx 10^{-7}$ . By contrast, with  $\gamma = 100$  Hz,  $\Delta p \approx 10^{-8}$  is a fair reachable sensitivity. Such an experimental approach can be accepted with confidence. Indeed, the lowest considered frequencies of the swapping probability are about  $10^{13}$  Hz in relation to  $\eta$  (see section 2). This is far to the highest expected collision rates, and then Eqs. (5) and (6) are still valid.

##### 4.2. Yearly experiment

As suggested in section 2.2, it would be highly beneficial to perform the experiment on a long timescale (typically one year) to take into account the motion of Earth around the Sun and the related time-dependence of  $\eta$ . Such a motion should lead to a time-modulation of the swapping probability  $p$ . If one can detect such a modulation it would be a strong indication that matter swapping really occurs. Indeed, with such an experiment it could be possible to discriminate the exotic losses due to matter swapping from normal losses, which are not time-dependent, in the neutron trap. In addition, if the neutron swapping between braneworlds is detected and presents an annual dependence through  $\Delta p$ , since one can estimate  $\Delta \eta$  one could then assess the value of  $\eta$ .

Moreover, a clear benefit of any long time experiment would be to constrain the unknown value of  $\Delta p$  against time. This allows to improve the constraints on  $gA_{amb}$  (or  $g$ ) against  $\eta$  by contrast with experiments related to the upper limit of  $p$  only. In the present paper, in order to underline the relevance of the yearly experiment, we can just suggest a test value for the limit of  $\Delta p$ . As shown from (11),  $\Delta p \approx 10^{-7}$  when  $\gamma = 10$  Hz. Since the uncertainty varies as  $1/\sqrt{N}$ ,  $\Delta p \approx 10^{-8}$  is a fair reachable upper experimental limit<sup>6</sup> for a one year experiment.

If we assume that  $\Delta \eta \approx 0.31$  eV on one year (see section 2.2) from the above values and since  $\Delta p/p \sim 2\Delta \eta/\eta$ , we can then further improve the constraint on  $gA_{amb}$  (or  $g$ ) against  $\eta$ . Fig. 2 shows the expected limits for the coupling constant  $g$  against  $\eta$  for a yearly experiment (dashed-dotted line). The result is compared with that found previously in section 3.1. It becomes obvious that a yearly experiment allows getting a much better assessment of  $g$  when  $\eta \leq 2(p/\Delta p)\Delta \eta$ . The rule is clearly that the weaker the relative uncertainty of  $p$  is, the better the constraint is. From the above benchmark values, one deduces that the yearly experiment could offer a better estimation when  $\eta \leq 434$  eV by contrast with the present experimental constraints (solid line). For the lower values of  $\eta$  considered here, the gain could reach two orders of magnitude.

##### 4.3. Laser-induced matter swapping

In previous works [17, 18], it has been suggested that a rotative magnetic vector potential could be considered instead of

<sup>6</sup>At present, values about 50 neutrons per  $\text{cm}^3$  are reachable. 500 neutrons per  $\text{cm}^3$  are expected soon. In addition, a one year experiment would allow to obtain at least ten times more of measurements. As a consequence, the number of events  $N$  would be hundred times greater than now.

a static one. In that case a resonant swapping occurs with Rabi oscillations given by:

$$P = \frac{4\Omega^2}{(\eta - \omega)^2 + 4\Omega^2} \sin^2\left(\frac{1}{2}\sqrt{(\eta - \omega)^2 + 4\Omega^2}t\right) \quad (12)$$

where  $\omega$  is the angular frequency of the magnetic potential. Equation (12) shows that a resonant matter exchange between branes occurs whenever the magnetic vector potential rotates with an angular frequency  $\omega = \eta$ . Of course, in this case, we do not consider an astrophysical field, and the rotative magnetic potential is supplied by an electromagnetic wave.

In a recent paper [18], it has been suggested that a set of coherent electromagnetic pulses (a frequency comb) could artificially induce the swapping of a neutron into a hidden braneworld. The neutron swapping rate  $\Gamma$  is then given by [18]:

$$\Gamma = K \frac{f_r \tau^2 N I}{\eta^2} g^2 \quad (13)$$

where  $f_r$  is the frequency of repetition of the pulses,  $\tau$  is the pulse duration,  $N$  is the number of pulses felt by neutrons,  $I$  is the intensity of the pulse. In the above expression,  $\eta$  is given in eV,  $f_r$  in GHz,  $I$  in  $\text{PW}\cdot\text{cm}^{-2}$ ,  $\tau$  in fs, and  $K = \mu^2/(50c\epsilon_0 e^2) \approx 2.74 \times 10^{-14}$  (in the relevant units).

From the uncertainty on (9), a relevant criterion to confirm the reality of this effect is to achieve  $\Gamma \geq \Delta\tau_n/\tau_n^2 = 3 \times 10^{-3} \cdot \Gamma_\beta$ . In Fig. 2, one shows the expected limits for such a resonant experiment assuming that the laser frequency can be continuously tuned (dashed line). This figure was derived assuming the following values for the frequency comb source:  $\tau = 1$  ps,  $f_r = 100$  GHz,  $N = 150$ ,  $I = 10^8 \text{ PW}\cdot\text{cm}^{-2}$ . These values are quite usual for some frequency comb sources (see references in [18]). Though the intensity is more specific to certain pulsed sources (see discussions in Refs. [43]), such a value could be achieved for a frequency comb as well. It is striking that the theoretical limit (dashed line) is very close to the present experimental limit (solid line). Due to the regular improvement of laser sources, we expect that such a resonant experiment will become relevant in the next decades by contrast to passive experiments to explore the space of parameters  $(\eta, g)$ .

## 5. Conclusion

Using results from performed experiments, we have assessed an upper limit on the probability for a stored ultracold neutron to disappear into another braneworld. This limit has been used to constrain the parameters of the brane model introduced in recent theoretical works [15–17], which had shown the possibility of matter exchange between two braneworlds invisible to each other. We have discussed the sensibility of further experiments to probe the existence of a neighboring brane through an annual study. It is also suggested that a laser-induced matter swapping towards a hidden braneworld could be tested in the next decades.

## Note added in proof

During the process of publication of this paper, we learned about the work of Berezhiani and Nesti [44] whose results could be reminiscent of ours. Nevertheless, the results of Ref. [44] are independent of ours. Indeed, our present work rests on a different physical approach, which is fully specific to the braneworld concept [15]. In addition, our present model allows for enhanced induced matter exchange between parallel braneworlds by artificial means [17, 18]. In this case, the efficiency of the matter swapping rate is not limited and is proportional to the intensity of the available laser sources (see Eq. (13)) [18].

## Acknowledgement

The authors are grateful to Gia Dvali and Vladimir Tretyak for their useful advices and comments.

## References

- [1] K. Akama, Lect. Notes Phys. 176 (1983) 267, arXiv:hep-th/0001113; V.A. Rubakov, M.E. Shaposhnikov, Phys. Lett. 125B (1983) 136; M. Pavsic, Phys. Lett. 116A (1986) 1, arXiv:gr-qc/0101075; P. Horava, E. Witten, Nucl. Phys. B460 (1996) 506, arXiv:hep-th/9510209; A. Lukas, B.A. Ovrut, K.S. Stelle, D. Waldram, Phys. Rev. D 59 (1999) 086001, arXiv:hep-th/9803235; L. Randall, R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. 83 (1999) 3370, arXiv:hep-ph/9905221; R. Davies, D.P. George, R.R. Volkas, Phys. Rev. D 77 (2008) 124038, arXiv:0705.1584 [hep-ph]; Y.-X. Liu, L.-D. Zhang, L.-J. Zhang, Y.-S. Duan, Phys. Rev. D 78 (2008) 065025, arXiv:0804.4553 [hep-th].
- [2] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, G. Dvali, Phys. Lett. B 429 (1998) 263, arXiv:hep-ph/9803315; I. Antoniadis, N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, G. Dvali, Phys. Lett. B 436 (1998) 257, arXiv:hep-ph/9804398; N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, G. Dvali, Phys. Rev. D 59 (1999) 086004, arXiv:hep-ph/9807344.
- [3] G. Dvali, G. Gabadadze, Phys. Lett. B 460 (1999) 47, arXiv:hep-ph/9904221.
- [4] D. Hooper, S. Profumo, Phys. Rep. 453 (2007) 29, arXiv:hep-ph/0701197.
- [5] J. Chiaverini, S.J. Smullin, A.A. Geraci, D.M. Weld, A. Kapitulnik, Phys. Rev. Lett. 90 (2003) 151101, arXiv:hep-ph/0209325; Y. Shtanov, A. Viznyuk, Class. Quant. Grav. 22 (2005) 987, arXiv:hep-th/0312261.
- [6] R. Foot, R.R. Volkas, Phys. Rev. D 52 (1995) 6595, arXiv:hep-ph/9505359; Z. Berezhiani, R.N. Mohapatra, Phys. Rev. D 52 (1995) 6607, arXiv:hep-ph/9505385.
- [7] S.L. Dubovsky, V.A. Rubakov, P.G. Tinyakov, Phys. Rev. D 62 (2000) 105011, arXiv:hep-th/0006046; S.L. Dubovsky, JHEP 0201 (2002) 012, arXiv:hep-th/0103205; C. Ringeval, P. Peter, J.-P. Uzan, Phys. Rev. D 65 (2002) 044016, arXiv:hep-th/0109194.
- [8] R. Foot, A.Yu. Ignatiev, R.R. Volkas, Phys. Lett. B 503 (2001) 355, arXiv:astro-ph/0011156.
- [9] S. Abel, B. Schofield, Nucl. Phys. B685 (2004) 150, arXiv:hep-th/0311051.
- [10] S.A. Abel, J. Jaeckel, V.V. Khoze, A. Ringwald, Phys. Lett. B 666 (2008) 66, arXiv:hep-ph/0608248.
- [11] Z. Berezhiani, Eur. Phys. J. C 64 (2009) 421, arXiv:0804.2088 [hep-ph]; Z. Berezhiani, L. Bento, Phys. Rev. Lett. 96 (2006) 081801, arXiv:hep-ph/0507031.

- [12] P. Crivelli, A. Belov, U. Gendotti, S. Gninenko, A. Rubbia, JINST 5 (2010) P08001, arXiv:1005.4802 [hep-ex];  
R. Foot, S.N. Gninenko, Phys. Lett. B 480 (2000) 171, arXiv:hep-ph/0003278;  
S.N. Gninenko, N.V. Krasnikov, A. Rubbia, Phys. Rev. D 67 (2003) 075012, arXiv:hep-ph/0302205.
- [13] A. Badertscher, et al., Phys. Rev. D 75 (2007) 032004, arXiv:hep-ex/0609059.
- [14] G. Dvali, M. Redi, Phys. Rev. D 80 (2009) 055001, arXiv:0905.1709 [hep-ph].
- [15] M. Sarrazin, F. Petit, Phys. Rev. D 81 (2010) 035014, arXiv:0903.2498 [hep-th].
- [16] F. Petit, M. Sarrazin, Phys. Lett. B 612 (2005) 105, arXiv:hep-th/0409084.
- [17] M. Sarrazin, F. Petit, Int. J. Mod. Phys. A 22 (2007) 2629, arXiv:hep-th/0603194.
- [18] M. Sarrazin, F. Petit, Phys. Rev. D 83 (2011) 035009, arXiv:0809.2060 [hep-ph].
- [19] M. Sarrazin, F. Petit, Int. J. Mod. Phys. A 21 (2006) 6303, arXiv:hep-th/0505014.
- [20] I. Antoniadis, et al., Comp. Rend. Phys. 12 (2011) 755;  
V.V. Nesvizhevsky, G. Pignol, K.V. Protasov, Phys. Rev. D 77 (2008) 034020, arXiv:0711.2298 [hep-ph].
- [21] I. Altarev, et al., Phys. Rev. D 80 (2009) 032003, arXiv:0905.4208 [nucl-ex];  
A.P. Serebrov, et al., Nucl. Instrum. Meth. A 611 (2009) 137, arXiv:0809.4902 [nucl-ex];  
A.P. Serebrov, et al., Phys. Lett. B 663 (2008) 181, arXiv:0706.3600 [nucl-ex];  
G. Ban, et al., Phys. Rev. Lett. 99 (2007) 161603, arXiv:0705.2336 [nucl-ex].
- [22] S. Baessler, V.V. Nesvizhevsky, K.V. Protasov, A.Yu. Voronin, Phys. Rev. D 75 (2007) 075006, arXiv:hep-ph/0610339.
- [23] G. Dvali, G. Gabadadze, M. Shifman, Phys. Lett. B 497 (2001) 271, arXiv:hep-th/0010071;  
G. Dvali, G. Gabadadze, M. Porrati, Phys. Lett. B 485 (2000) 208, arXiv:hep-th/0005016;  
S.L. Dubovsky, V.A. Rubakov, Int. J. Mod. Phys. A 16 (2001) 4331, arXiv:hep-th/0105243.
- [24] Z. Berezhiani, F. Nesti, L. Pilo, N. Rossi, JHEP 0907 (2009) 083, arXiv:0902.0144 [hep-th].
- [25] M. Utsuro, V. K. Ignatovich, *Handbook of Neutron Optics*, Wiley-VCH (2010).
- [26] R. Lakes, Phys. Rev. Lett. 80 (1998) 1826;  
J. Luo, C.-G. Shao, Z.-Z. Liu, Z.-K. Hu, Phys. Lett. A 270 (2000) 288.
- [27] A.S. Goldhaber, M.M. Nieto, Phys. Rev. Lett. 91 (2003) 149101, arXiv:hep-ph/0305241.
- [28] E. Asseoa, H. Sol, Phys. Rep. 148 (1987) 307.
- [29] A. Neronov, I. Vovk, Science 328 (2010) 73, arXiv:1006.3504 [astro-ph.HE].
- [30] Particle Data Group, K. Nakamura, et al., J. Phys. G 37 (2010) 075021.
- [31] J. Byrne, et al., Europhys. Lett. 33 (1996) 187.
- [32] J.S. Nico, et al., Phys. Rev. C 71 (2005) 055502, arXiv:nucl-ex/0411041.
- [33] W. Mampe, P. Ageron, C. Bates, J.M. Pendlebury, A. Steyerl, Phys. Rev. Lett. 63 (1989) 593.
- [34] V.V. Nesvizhevsky, et al., Sov. Phys. JETP 75 (1992) 405;  
A.G. Kharitonov, et al., Nucl. Inst. Meth. A 284 (1989) 98.
- [35] S. Arzumanov, et al., Phys. Lett. B 483 (2000) 15.
- [36] A.P. Serebrov, et al., Phys. Rev. C 78 (2008) 035505, arXiv:nucl-ex/0702009.
- [37] A. Pichlmaier, V. Varlamov, K. Schreckenbach, P. Geltenbort, Phys. Lett. B 693 (2010) 221.
- [38] A.A. Prinz, et al., Phys. Rev. Lett. 81 (1998) 1175, arXiv:hep-ex/9804008.
- [39] Z. Berezhiani, A. Lepidi, Phys. Lett. B 681 (2009) 276, arXiv:0810.1317 [hep-ph];  
A. Melchiorri, A. Polosa, A. Strumia, Phys. Lett. B 650 (2007) 416, arXiv:hep-ph/0703144;  
S. Davidson, S. Hannestad, G. Raffelt, JHEP 0005 (2000) 003, arXiv:hep-ph/0001179.
- [40] G.J. Mathews, T. Kajino, T. Shima, Phys. Rev. D 71 (2005) 021302, arXiv:astro-ph/0408523;  
J.S. Nico, W.M. Snow, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 55 (2005) 27, arXiv:nucl-ex/0612022;  
Z. Berezhiani, L. Bento, Phys. Lett. B 635 (2006) 253, arXiv:hep-ph/0602227.
- [41] SNO Collaboration, S.N. Ahmed, et al., Phys. Rev. Lett. 92 (2004) 102004, arXiv:hep-ex/0310030;  
KamLAND collaboration, T. Araki, et al., Phys. Rev. Lett. 96 (2006) 101802, arXiv:hep-ex/0512059.
- [42] V.I. Nazaruk, Int. J. Mod. Phys. E 20 (2011) 1203, arXiv:1004.3192 [hep-ph];  
V. Kopeliovich, I. Potashnikova, Eur. Phys. J. C 69 (2010) 591, arXiv:1005.1441 [hep-ph];  
V.I. Nazaruk, Phys. Rev. C 58 (1998) 1884, arXiv:hep-ph/9810354.
- [43] A. Ipp, J. Evers, C.H. Keitel, K.Z. Hatsagortsyan, Phys. Lett. B 702 (2011) 383, arXiv:1008.0355 [physics.ins-det];  
T. Heinzl, J. Phys.: Conf. Ser. 198 (2009) 012005;  
S.-W. Bahk, et al., Opt. Lett. 29 (2004) 2837.
- [44] Z. Berezhiani, F. Nesti, arXiv:1203.1035 [hep-ph].





---

**Exciton swapping in a twisted graphene bilayer as  
a solid-state realization of a two-brane model**



# Exciton swapping in a twisted graphene bilayer as a solid-state realization of a two-brane model

Michaël Sarrazin<sup>1,\*</sup> and Fabrice Petit<sup>2,†</sup>

<sup>1</sup>*Research Center in Physics of Matter and Radiation,  
University of Namur, 61 rue de Bruxelles, B-5000 Namur, Belgium*

<sup>2</sup>*BCRC (Member of EMRA), 4 avenue du gouverneur Cornez, B-7000 Mons, Belgium*

It is shown that exciton swapping between two graphene sheets may occur under specific conditions. A magnetically tunable optical filter is described to demonstrate this new effect. Mathematically, it is shown that two turbostratic graphene layers can be described as a "noncommutative" two-sheeted  $(2+1)$ -spacetime thanks to a formalism previously introduced for the study of braneworlds in high energy physics. The Hamiltonian of the model contains a coupling term connecting the two layers which is similar to the coupling existing between two braneworlds at a quantum level. In the present case, this term is related to a  $K - K'$  intervalley coupling. In addition, the experimental observation of this effect could be a way to assess the relevance of some theoretical concepts of the braneworld hypothesis.

PACS numbers: 72.80.Vp, 78.67.Wj, 02.40.Gh, 11.10.Kk

## I. INTRODUCTION

During the last few years, graphene has taken a growing importance in solid-state physics [1–39]. Indeed, it is an amazing case of two-dimensional carbon crystal, and its remarkable properties make it a strategic material for future nanotechnologies. For instance, doped graphene [34, 35] thanks to electrostatic gating [36, 37] can lead to efficient tunable optical devices. Moreover, recent works on graphene also underline the importance of electronic transport in turbostratic (twisted) bilayers [3–16]. In this context, the study of the specific features of graphene is of prime importance to develop new technological applications. In the present paper, we describe a new effect in which exciton swapping may occur between two graphene layers. An experimental device relying on a magnetically tunable optical filter is suggested. On a theoretical point of view, exciton swapping is well described by using a formalism introduced previously in high energy physics to describe the quantum dynamics of particles in a two-brane Universe.

During the last two decades, the possibility that our observable  $(3+1)$ -dimensional Universe could be a sheet (a 3-brane or braneworld) embedded in a  $(N+1)$ -dimensional spacetime (called the bulk, with  $N > 3$ ) has received a lot of attention [40]. Such an exotic concept appears very productive to solve puzzling problems beyond the standard model of particles [40]. In recent papers [41–44], it was proved that in a universe made of two branes, the quantum dynamics of Dirac fermions can be rigorously described in a more simple and equivalent frame that corresponds to a two-sheeted spacetime in the formalism of the noncommutative geometry [41, 42]. Noncommutative geometry is a wide concept which covers different aspects [45–49]. For instance, it can concern a 3-dimensional space with noncommutative coordinates [38, 39, 47–49]. But it can also be a way to describe a discrete two-sheeted spacetime such that local coordinates (i.e. on each spacetime sheet) remain commutative [41, 42, 45, 46]. In the braneworld model, the coupling term connecting the branes at a quantum level leads to Rabi oscillations between the two worlds, for particles endowed with a magnetic moment and subjected to a magnetic vector potential [41–44].

Graphene layers are known to be solid-state realizations of a  $(2+1)$ -spacetimes in which massless fermion live. For that reason, graphene is well adapted to study theoretically and experimentally concepts of low-dimensional electrodynamics and quantum dynamics [19–23]. Since a graphene sheet can be considered as 2-brane embedded in a  $(3+1)$ -bulk, a graphene bilayer could be a solid-state realization of a universe containing two branes (a two-brane universe). In the present paper, we show that this analogy is well-sounded and we demonstrate the possibility to apply tools from noncommutative geometry to study such a system. The fact that a noncommutative geometry can emerge in graphene is a intriguing possibility. Noncommutative geometry as a suitable tool to study graphene monolayer properties has already been reported in literature [38, 39] in the context of noncommutative coordinates. Nevertheless,

---

\*Electronic address: michael.sarrazin@unamur.be

†Electronic address: f.petit@bcrc.be

it will be shown in the present paper that a graphene bilayer can be a solid-state realization of a "noncommutative" two-sheeted spacetime.

In addition, our approach suggests that exciton swapping may occur between the two graphene layers, which is a solid-state counterpart of particle oscillations predicted in brane theory [41–44].

In section II, we recall the basic assumptions underlying the description of electron and hole in graphene through a Dirac equation formalism. Next, in section III, we present the model of fermion dynamics in a two-sheeted spacetime and its adaptation to describe a set of two graphene layers. In section IV, using a tight-binding approach, it is shown that considering two twisted graphene layers is a prerequisite to get a  $K - K'$  intervalley coupling between two perfect graphene layers in mutual interaction as described in section III. This is this coupling which leads to excitonic swapping between the layers as shown in section V. Finally, in section VI, an experimental device is suggested to investigate this new effect.

## II. GRAPHENE ELECTRONIC PROPERTIES

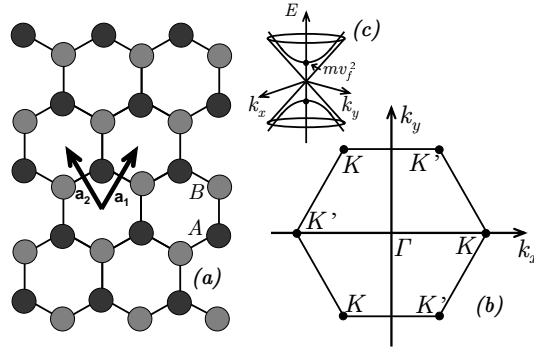


FIG. 1: (a) Hexagonal lattice of graphene with the two sublattices A and B.  $a_1$  and  $a_2$  are the vectors of the unit cell. (b) Brillouin zone of the hexagonal lattice. (c) Energy behavior in the vicinity of the Dirac points  $K$  and  $K'$ .

Graphene is a one-atom thick layer made of  $sp^2$  carbon atoms in an hexagonal lattice arrangement (Fig.1a) [1, 2]. Self-supported ideal graphene is a zero-gap semiconductor. In the vicinity of the six corners (called Dirac points) of the two-dimensional hexagonal Brillouin zone (Fig.1b), the electronic dispersion relation is linear for low energies (Fig.1c). Electrons (and holes) can then be described by a Dirac equation for massless spin-1/2 particles in an effective  $(2+1)$ -spacetime [2]. While massless Dirac fermions propagate at the speed of light in the  $(3+1)$  Minkowski spacetime, in graphene the effective massless Dirac fermions propagates at the Fermi velocity ( $v_F \approx 10^6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  in the present case). On a graphene layer, the Hamiltonian of the effective Dirac equation is given by [2]:

$$H_{\pm} = -i\hbar v_F(\sigma_1 \partial_x \pm \sigma_2 \partial_y) + mv_F^2 \sigma_3 \quad (1)$$

where "+" (respectively "-") refers to the  $K$  (respectively  $K'$ ) Dirac point of the Brillouin zone of the graphene hexagonal structure (Fig.1a).  $\sigma_k$  ( $k = 1, 2, 3$ ) are the usual Pauli matrices. For a self-supported graphene sheet the mass term  $m$  is equal to zero and electrons (and holes) behave as relativistic quasiparticles. Nevertheless  $m$  may differ from zero in the case of a sheet deposited on a substrate [24–26]. Using  $m \rightarrow mv_F/\hbar$  and  $(x_0, x_1, x_2) = (v_F t, x, y)$ , from Eq. (1) it is possible to conveniently describe the electron (or hole) dynamics through an effective Dirac equation such that [2]:

$$(i\gamma^\eta \partial_\eta - m)\psi = 0 \quad (2)$$

with  $\eta = 0, 1, 2$  and

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} \sigma_3 & 0 \\ 0 & \sigma_3 \end{pmatrix}, \quad \gamma^1 = \begin{pmatrix} i\sigma_2 & 0 \\ 0 & i\sigma_2 \end{pmatrix}, \quad \gamma^2 = \begin{pmatrix} -i\sigma_1 & 0 \\ 0 & i\sigma_1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

such that  $\{\gamma^\eta, \gamma^\vartheta\} = 2g^{\eta\vartheta}$  ( $\eta, \vartheta = 0, 1, 2$ ) with  $g^{\eta\vartheta} = \text{diag}(1, -1, -1)$ . The wave function is defined as  $\psi = \begin{pmatrix} \chi \\ \theta \end{pmatrix}$  where  $\chi$  (respectively  $\theta$ ) is related to the wave function on  $K$  (respectively  $K'$ ). In addition,  $\chi$  (respectively  $\theta$ ) can be

written as  $\chi = \begin{pmatrix} \chi_A \\ \chi_B \end{pmatrix}$  (respectively  $\theta = \begin{pmatrix} \theta_A \\ \theta_B \end{pmatrix}$ ) where  $A$  and  $B$  are related to the two sublattices of the graphene sheet (see fig.1a). While one does not consider the usual electronic spin, a pseudospin arises, for which the two states are related to the two labels  $A$  and  $B$  of the graphene sublattices [1]. In addition, since there is two inequivalent families of Dirac cones (respectively located at points  $K$  and  $K'$  in the Brillouin zone), an isospin degree of freedom also arises from the two states associated with the two kinds of Dirac points [18].

It can be noticed that the above  $(2+1)$ -Dirac equation can be easily extended to its  $(3+1)$ -dimensional version.  $\gamma^3$  and  $\gamma^5$  matrices (such as  $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$ ) can be introduced and we may consider for instance:

$$\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_1 \\ \sigma_1 & 0 \end{pmatrix}, \quad -i\gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & i\sigma_1 \\ i\sigma_1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

The Clifford algebra is verified since:  $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}$ ,  $\{\gamma^5, \gamma^\nu\} = 0$  and  $(-i\gamma^5)^2 = -\mathbf{1}$ , where  $g^{\mu\nu}$  is the four-dimensional metric tensor of the Minkowski spacetime (with  $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$ ). Note that the  $\gamma^3$  and  $\gamma^5$  matrices are interchangeable through substitutions  $\gamma^3 \rightarrow i\gamma^5$  and  $-i\gamma^5 \rightarrow \gamma^3$  which lead to equivalent descriptions. Moreover, it is well known that  $\gamma^5$  can be also used to define a five-dimensional Dirac equation as shown in section III.

### III. TWO-LAYER GRAPHENE AS A "NONCOMMUTATIVE" TWO-SHEETED SPACETIME

Let us consider a graphene layer as a 3-brane, i.e. a three-dimensional space sheet, for which one dimension (say  $x_3$ ) is reduced to zero. We suggest to derive the graphene bilayer system description from the two-sheeted spacetime model introduced in previous works [41–44] by making  $x_3 \rightarrow 0$ . The resulting model will be supported in section IV with a tight-binding approach.

In a prior work, the relevance of the two-sheeted approach was rigorously demonstrated for braneworlds described by domain walls [41]. Indeed, when one studies the low-energy dynamics of a spin-1/2 particle in a two-brane Universe, the quantum dynamics of this particle is equivalent to the behavior it would have in a two-sheeted spacetime described by noncommutative geometry [41].

Specifically, a two-sheeted spacetime corresponds to the product of a four-dimensional continuous manifold with a discrete two-point space and can be seen as a five-dimensional universe with a fifth dimension reduced to two points with coordinates  $\pm\delta/2$ . Both sheets are separated by a phenomenological distance  $\delta$ , which is not the real distance between the graphene layers as shown in the next section. Mathematically, the model relies on a bi-euclidean space  $X = M_4 \times Z_2$  in which any smooth function belongs to the algebra  $A = C^\infty(M) \oplus C^\infty(M)$  and can be adequately represented by a  $2 \times 2$  diagonal matrix  $F = \text{diag}(f_1, f_2)$ . In the noncommutative geometry formalism, the expression of the exterior derivative  $D = d + Q$ , where  $d$  acts on  $M_4$  and  $Q$  on the  $Z_2$  internal variable, has been given by Connes [45]:  $D : (f_1, f_2) \rightarrow (df_1, df_2, g(f_2 - f_1), g(f_1 - f_2))$  with  $g = 1/\delta$ . Viet and Wali [46] have proposed a representation of  $D$  acting as a derivative operator and fulfilling the above requirements. Due to the specific geometrical structure of the bulk, this operator is given by:

$$D_\mu = \begin{pmatrix} \partial_\mu & 0 \\ 0 & \partial_\mu \end{pmatrix}, \quad \mu = 0, 1, 2, 3 \text{ and } D_5 = \begin{pmatrix} 0 & g \\ -g & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

where the term  $g$  acts as a finite difference operator along the discrete dimension. Using (5), one can build the Dirac operator defined as  $\not{D} = \Gamma^N D_N = \Gamma^\mu D_\mu + \Gamma^5 D_5$ . It is then convenient to consider the following extension of the gamma matrices (by using the Hilbert space of spinors [45]):

$$\Gamma^\mu = \begin{pmatrix} \gamma^\mu & 0 \\ 0 & \gamma^\mu \end{pmatrix} \text{ and } \Gamma^5 = \begin{pmatrix} \gamma^5 & 0 \\ 0 & -\gamma^5 \end{pmatrix} \quad (6)$$

In the present work,  $\gamma^\mu$  and  $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$  are the Dirac matrices defined by relations (3) and (4) relevant for graphene. We can therefore introduce a mass term  $M = m\mathbf{1}_{8 \times 8}$  as in the standard Dirac equation. The two-sheeted Dirac equation then writes [41–43]:

$$\begin{aligned} \not{D}_{dirac} \Psi &= (i\not{D} - M) \Psi = (i\Gamma^N D_N - M) \Psi = \\ &= \begin{pmatrix} i\gamma^\mu \partial_\mu - m & ig\gamma^5 \\ ig\gamma^5 & i\gamma^\mu \partial_\mu - m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_\alpha \\ \psi_\beta \end{pmatrix} = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

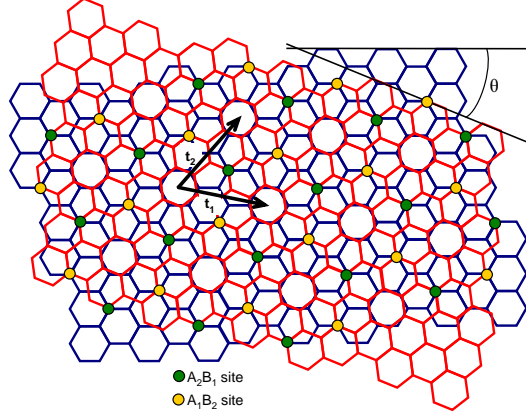


FIG. 2: (Color online) Sketch of the two twisted graphene layers under consideration. Both sheets are rotated with respect to each other with an angle  $\theta \approx 21.787^\circ$ .  $t_1$  and  $t_2$  are the vectors of the Moiré unit cell.

with  $\Psi = \begin{pmatrix} \psi_\alpha \\ \psi_\beta \end{pmatrix}$  the two-sheeted wave function. In this notation, the indices “ $\alpha$ ” and “ $\beta$ ” discriminate each sheet [41–43], i.e. each graphene layer when  $x_3 \rightarrow 0$ . Each component of the wave function  $\psi$  is then the probability amplitude of the electron (or hole) in each graphene sheet. It is important to point out the Lagrangian term:

$$\mathcal{L}_c = \bar{\Psi} i \Gamma^5 D_5 \Psi \quad (8)$$

which ensures the coupling between each graphene layer through  $K - K'$  processes as explained in section IV. That means that the Lagrangian  $\mathcal{L}_c$  couples both each graphene layer but also the isospin states (thanks to the  $\gamma^5$  matrix). Conversely, in the present work the noncommutative geometry model emerges from  $K - K'$  interlayer couplings. The  $\mathcal{L}_c$  term is the main reason for this paper as it will allow excitonic swapping between the graphene layers.

Let us now introduce the effect of an electromagnetic field, i.e. an  $U(1)$  gauge field. To be consistent with the two-sheeted structure of the Dirac field  $\Psi$  in Eq. (7), the usual  $U(1)$  electromagnetic gauge field should be replaced by an extended  $U(1) \otimes U(1)$  gauge field [41–43]. Nevertheless, in the present work, we assume that electromagnetic field sources are out of the graphene layers. The group representation  $G = \text{diag}(\exp(-iq\Lambda_\alpha), \exp(-iq\Lambda_\beta))$  is therefore reduced to  $G = \text{diag}(\exp(-iq\Lambda), \exp(-iq\Lambda))$ . We are looking for an appropriate gauge field such that the covariant derivative becomes  $\mathcal{D}_A \rightarrow \mathcal{D} + \mathcal{A}$  with the gauge transformation rule  $\mathcal{A}' = G \mathcal{A} G^\dagger - iG [\mathcal{D}_{\text{dirac}}, G^\dagger]$ . A convenient choice is [41–43]

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} iq\gamma^\mu A_\mu^\alpha & 0 \\ 0 & iq\gamma^\mu A_\mu^\beta \end{pmatrix} \quad (9)$$

$A_\mu^\alpha$  (respectively  $A_\mu^\beta$ ) is the magnetic vector potential  $A_\mu$  on the graphene layer  $\alpha$  (respectively  $\beta$ ). According to the appropriate covariant derivative, the introduction of the gauge field in Eq. (7) leads to [41–43]

$$\begin{pmatrix} i\gamma^\mu(\partial_\mu + iqA_\mu^\alpha) - m & ig\gamma^5 \\ ig\gamma^5 & i\gamma^\mu(\partial_\mu + iqA_\mu^\beta) - m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_\alpha \\ \psi_\beta \end{pmatrix} = 0 \quad (10)$$

Of course, for graphene sheets, we have  $x_3 = 0$  which corresponds to two bidimensional sheets instead of three-dimensional space sheets. In addition, we will assume that  $A_\mu$  is parallel to graphene layers ( $A_3 = 0$ ).

#### IV. $K - K'$ COUPLINGS IN TWISTED GRAPHENE LAYERS

In braneworld models, we simply have to consider the interaction between one fermion and domain walls described by a scalar field [41]. By contrast, a bilayer graphene is formally a many-body problem. Therefore we should normally consider the whole dynamics of carbon atoms and their electrons. This would be a very complicated task of course. As a consequence, we use the common tight-binding approach [3–16] to show the shared formalism between graphene bilayer and two-sheeted spacetime. Moreover, the existence of coupling terms proportional to  $g$  is straightforward for

turbostratic graphene layers as explained hereafter. When two graphene layers are twisted with respect to each other, a typical Moiré pattern can be observed [3–8] (Fig.2). This occurs when both layers are commensurate, i.e. when two specific kind of atoms of each layer can be superimposed periodically [3–8]. The Moiré pattern can be then described through a periodic unit cell defined by vectors  $\mathbf{t}_1$  and  $\mathbf{t}_2$  (see Fig.2) and can only exist for a specific rotation angle  $\theta = \theta_{p,q}$  (with  $p, q \in \mathbb{N}$ ) between both layers.

Let us define  $\mathbf{a}_1 = a_0(1/2, \sqrt{3}/2)$  and  $\mathbf{a}_2 = a_0(-1/2, \sqrt{3}/2)$ , the vectors of the real space which define the unit cell of the first graphene layer (see Fig.1a).  $a_0$  is the lattice parameter. Two kinds of commensurate structures can be considered [3, 4]. The first one is such that the vectors of the Moiré unit cell are  $\mathbf{t}_1 = p\mathbf{a}_1 + (p+q)\mathbf{a}_2$  and  $\mathbf{t}_2 = -(p+q)\mathbf{a}_1 + (2p+q)\mathbf{a}_2$  such that  $\gcd(q, 3) = 1$ . The second case is such that  $\mathbf{t}_1 = (p+q/3)\mathbf{a}_1 + (q/3)\mathbf{a}_2$  and  $\mathbf{t}_2 = -(q/3)\mathbf{a}_1 + (p+2q/3)\mathbf{a}_2$  with  $\gcd(q, 3) = 3$ . In both case, the rotation angle  $\theta_{p,q}$  between both sheets is given by [3, 4]:

$$\cos \theta_{p,q} = \frac{3p^2 + 3pq + q^2/2}{3p^2 + 3pq + q^2} \quad (11)$$

In the first layer, the first  $K$  Dirac cone is located at  $\mathbf{K} = (4\pi/(3a_0))(1, 0)$  while the  $K'$  Dirac cone is at  $\mathbf{K}' = -\mathbf{K}$ . By contrast, in the second layer, due to the rotation the  $K$  Dirac cone is located at  $\mathbf{K}^\theta = (4\pi/(3a_0))(\cos \theta, \sin \theta)$  whenever the  $K'$  Dirac cone is at  $\mathbf{K}^{\theta'} = -\mathbf{K}^\theta$  [3, 4]. Let  $\mathbf{G}_1$  and  $\mathbf{G}_2$  be the vectors of the unit cell of the reciprocal lattice of the Moiré pattern. Obviously, the Moiré pattern can be responsible for coupling between valleys of each layer [3–8]. Indeed, we get

$$\mathbf{G} = \mathbf{K} - \mathbf{K}^\theta = -(\mathbf{K}' - \mathbf{K}'^\theta) \quad (12)$$

for  $K - K$  couplings, and

$$\mathbf{G}_c = \mathbf{K} - \mathbf{K}'^\theta = -(\mathbf{K}' - \mathbf{K}^\theta) \quad (13)$$

for  $K - K'$  couplings. When  $\gcd(q, 3) = 1$ , then  $\mathbf{G} = -(q/3)(2\mathbf{G}_1 + \mathbf{G}_2)$  and  $\mathbf{G}_c = -(2p+q)\mathbf{G}_2$ . While, when  $\gcd(q, 3) = 3$ , then  $\mathbf{G} = -(q/3)(\mathbf{G}_1 + \mathbf{G}_2)$  and  $\mathbf{G}_c = (1/3)(2p+q)(\mathbf{G}_1 - \mathbf{G}_2)$ . The greater  $\mathbf{G}$  and  $\mathbf{G}_c$  are, the weaker the couplings are. As a consequence, one should consider the lowest values of  $p$  and  $q$ . A similar consideration leads us to expect that  $K - K$  interlayer couplings are usually stronger than the  $K - K'$  ones. Then, for the purposes of our study, it should be relevant to consider a structure which can suppress the  $K - K$  couplings while enhancing the  $K - K'$  interlayer couplings. We may consider for instance the case such that  $\gcd(q, 3) = 1$  with  $q = 1$ . Indeed, in that case  $\mathbf{G} = -(1/3)(2\mathbf{G}_1 + \mathbf{G}_2)$  is not a vector of the reciprocal lattice. By contrast  $\mathbf{G}_c = -(2p+1)\mathbf{G}_2$  is always a vector of the reciprocal lattice and is such that  $G_c \approx 2K$  whatever  $p$ . The first relevant value to be considered is then  $p = 1$ . In this case,  $\theta_{1,1} \approx 21.787^\circ$  and we obtain the specific structure shown in Fig.2. Of course, other angles  $\theta_{p,q}$  lower than  $\theta_{1,1}$  could be considered. But without loss of generality, we choose the case  $\theta = \theta_{1,1}$  to illustrate our topic.

Let us now justify the use of the noncommutative two-sheeted Dirac equation thanks to a solid-state approach. The whole detailed calculations are given in the Appendix A and we focus below on the heuristic arguments. In a tight-binding approach it is possible to define the operator  $a_{\alpha(\beta),j}^\dagger$  (respectively  $a_{\alpha(\beta),j}$ ) which creates an electron (respectively a hole) on the site  $j$  of the sublattice "A" on the  $\alpha$  graphene layer (or on the  $\beta$  graphene layer). The same convention is used for the sublattice "B". If one considers the interlayer coupling, one gets for the twisted system [3–9]:

$$H_c = - \sum_j t_{AB,j} a_{\alpha,j}^\dagger b_{\beta,j} - \sum_j t_{BA,j} b_{\alpha,j}^\dagger a_{\beta,j} + H.c. \quad (14)$$

where the energies  $t_{uv,j}$  (with  $u = A, B$  and  $v = A, B$ ) are related to the interlayer hopping between the nearest sites of each layer. This dependence of  $t_{uv,j}$  vs. the location  $j$  is very specific for two turbostratic graphene layers. In the structure considered here, we can see that no AA site exists by contrast to the AB sites (Fig.2). We then assume that  $t_{AA,j} \approx t_{BB,j} \approx 0$ . In addition,  $t_{AB}(\mathbf{R}_j) = t_{AB,j} = -t'$  when  $\mathbf{R}_j = (2/3)(\mathbf{t}_1 + \mathbf{t}_2) + (n\mathbf{t}_1 + m\mathbf{t}_2)$  (with  $\mathbf{t}_1 = \mathbf{a}_1 + 2\mathbf{a}_2$  and  $\mathbf{t}_2 = -2\mathbf{a}_1 + 3\mathbf{a}_2$ ) and  $t_{BA}(\mathbf{R}_j) = t_{BA,j} = -t'$  when  $\mathbf{R}_j = (1/3)(\mathbf{t}_1 + \mathbf{t}_2) + (n\mathbf{t}_1 + m\mathbf{t}_2)$ , with  $n, m \in \mathbb{N}$ .  $t_{AB,j}$  and  $t_{BA,j}$  are equal to zero elsewhere. We use the following Fourier transform of the operators:

$$a_{\alpha(\beta)}(\mathbf{r}_j) = a_{\alpha(\beta),j} = \sum_k \frac{1}{\sqrt{N}} a_{\alpha(\beta),\mathbf{q}_k} e^{i\mathbf{r}_j^{(\prime)} \cdot \mathbf{q}_k^{(\prime)}} \quad (15)$$



with a similar convention for  $b_{\alpha(\beta),j}$  and where  $\mathbf{r}_i$  (respectively  $\mathbf{r}'_i$ ) is the position vector of the site  $i$  in the first graphene layer ( $\alpha$ ) (respectively in the second graphene layer ( $\beta$ )). Then,  $\mathbf{q}_k$  (respectively  $\mathbf{q}'_k$ ) is a momentum in layer ( $\alpha$ ) (respectively ( $\beta$ )).  $N$  is the number of sites. Let us consider a single particle state with momentum  $\mathbf{k}$  such that we can consider the restricted Fourier representation of the Hamiltonian:  $H_c = H_{c,\mathbf{K}+\mathbf{k}} + H_{c,\mathbf{K}'+\mathbf{k}} + H_{c,\mathbf{K}^\theta+\mathbf{k}} + H_{c,\mathbf{K}^{\theta'}+\mathbf{k}}$  such that  $H_c = \Psi^\dagger \mathcal{H}_c \Psi$  with (see Appendix A):

$$\mathcal{H}_c = -i\hbar v_F \Gamma^0 \Gamma^5 D_5 + \hbar v_F \Gamma^3 D_6 \quad (16)$$

and

$$\begin{aligned} \Psi^t &= (a_{\alpha,K} \ b_{\alpha,K} \ a_{\alpha,K'} \ b_{\alpha,K'} \ a_{\beta,K} \ b_{\beta,K} \ a_{\beta,K'} \ b_{\beta,K'}) \\ &\sim (\psi_\alpha^t \ \psi_\beta^t) \end{aligned} \quad (17)$$

and where we have defined:

$$D_6 = \begin{pmatrix} 0 & \tilde{g} \\ -\tilde{g} & 0 \end{pmatrix} \quad (18)$$

by analogy with notations (5). The discussion about the precise meaning and the physical consequences of the  $D_6$  term is out of the present topic but deserves further works. In addition, the effective coupling constants are then given by  $g = (t'/v_F \hbar) \cos(\theta/2)$  and  $\tilde{g} = (t'/v_F \hbar) \sin(\theta/2)$ . Noticing that  $\tilde{g}/g = \tan(\theta/2)$ , since  $\theta \approx 21.787^\circ$  in our present case, we note that  $\tilde{g}/g \approx 0.2$ , i.e. the effective coupling constant  $\tilde{g}$  is five times lower than  $g$ . As a consequence, in the following we focus on the processes carried by the coupling constant  $g$ , and the remaining coupling Hamiltonian is:

$$\mathcal{H}_c = -iv_F \hbar \Gamma^0 \Gamma^5 D_5 \quad (19)$$

Using the above notations, the Lagrangian term related to  $\mathcal{H}_c$  in Dirac notation then becomes  $\mathcal{L}_c = \bar{\Psi} i \Gamma^5 D_5 \Psi$ , i.e. Eq. (8) related to Eq. (7).

Now, the coupling constant  $g$  can be then defined as  $g \approx t'/\hbar v_F$  and the phenomenological distance is  $\delta = \hbar v_F/t'$ . Basically,  $g$  and  $\delta$  must depend on the real distance  $d$  between each graphene sheet. Indeed, the hopping energy  $t'$  varies as [8]:  $t' \sim t_0 \exp(5.43 \cdot (1 - d/a_m))$ , with  $t_0 \approx 0.3$  eV [2, 8, 9], and here  $d$  is the distance between two layers, while  $a_m$  is the nearest interlayer distance,  $a_m = 3.35$  Å. For closest layers ( $d = a_m$ ), we get  $\delta$  of about 22 Å (i.e.  $g \approx 4.5 \cdot 10^8$  m<sup>-1</sup>). As an indication, note that for  $d = 2a_m$  (respectively  $d = 5a_m$ ), one gets  $g \approx 2 \cdot 10^6$  m<sup>-1</sup> (respectively  $g \approx 1.7 \cdot 10^{-1}$  m<sup>-1</sup>).

## V. PHENOMENOLOGY OF THE MODEL

Following previous works [41–43], we focus on the nonrelativistic limit of our Dirac like equation. Defining  $\nabla = (\partial_1, \partial_2)$ ,  $\mathbf{A} = (A_1, A_2)$ ,  $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2)$  and  $B_3 = \partial_1 A_2 - \partial_2 A_1$  and using:  $F_{A(B)} = \begin{pmatrix} \chi_{A(B)} \\ \theta_{A(B)} \end{pmatrix}$ , and following the well-known standard procedure, a two-layer Pauli equation can be derived from Eq. (10) [41–44]:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} F_{A,\alpha} \\ F_{A,\beta} \end{pmatrix} = \{\mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_{cm}\} \begin{pmatrix} F_{A,\alpha} \\ F_{A,\beta} \end{pmatrix} \quad (20)$$

where  $F_{A,\alpha}$  and  $F_{A,\beta}$  correspond to the wave functions in the graphene layers  $\alpha$  and  $\beta$  respectively. The Hamiltonian  $\mathbf{H}_0$  is a block-diagonal matrix such that  $\mathbf{H}_0 = \text{diag}(\mathbf{H}_\alpha, \mathbf{H}_\beta)$ , where each block is simply the effective Pauli Hamiltonian expressed in each graphene layer [41–44]:

$$\mathbf{H}_{\alpha(\beta)} = -\frac{\hbar^2}{2m} \left( \nabla - i\frac{q}{\hbar} \mathbf{A}_{\alpha(\beta)} \right)^2 + \mu_3 B_{3,\alpha(\beta)} + V_{\alpha(\beta)} \quad (21)$$

such that  $\mathbf{A}_\alpha$  and  $\mathbf{A}_\beta$  correspond to the magnetic vector potentials on the layers  $\alpha$  and  $\beta$  respectively. The same convention is applied to the magnetic fields  $\mathbf{B}_{\alpha(\beta)}$  and to the potentials  $V_{\alpha(\beta)}$ . In the following, since we consider neutral excitons, we can set  $V_{\alpha(\beta)} = 0$ . In addition, we will show hereafter that  $B_{3,\alpha(\beta)} = 0$  in the device under consideration (see section VI). We set  $\boldsymbol{\mu} = \gamma(\hbar/2)\boldsymbol{\sigma}$  where  $\gamma$  is the iso-gyromagnetic ratio and  $\boldsymbol{\mu}$  the iso-magnetic

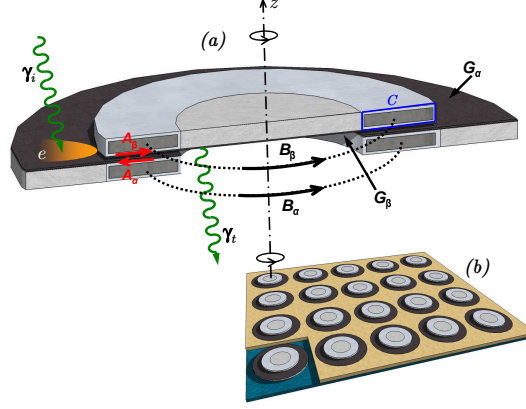


FIG. 3: (Color online). Sketch of a feasible experimental setup. (a): Basic setup. Two coaxial annular magnets, with different inner and outer diameters, coated by an insulating material. The upper ring is filled up with an opaque material. Two magnetic fields ( $B_\alpha$  and  $B_\beta$ ) turn around the symmetry axis of the magnets. Two graphene layers ( $G_\alpha$  and  $G_\beta$ ) are considered, each one deposited on a face of a magnet. The geometry of the device allows for the existence of two opposite magnetic vector potentials  $A_\alpha$  and  $A_\beta$  (red arrows), each one in the vicinity of a graphene layer. An incident photon  $\gamma_i$  pumps an exciton  $e$  on  $G_\alpha$ . A photon  $\gamma_t$  resulting from the exciton decay on  $G_\beta$  can be recorded. (b): Full setup. Rectangular array of annular devices deposited on a transparent substrate (blue layer). The area between the toroidal magnets is filled with an opaque material (yellowish layer). Such a setup allows to enhance the recorded signal by increasing the graphene area.

moment related to the isospin of the particle [33]. With this choice, the present approach can be extended to any particle endowed with a magnetic moment whatever its isospin value.

In addition to these usual terms, the two-layer graphene Hamiltonian comprises also a new specific term [41–44]:

$$\mathbf{H}_{cm} = \begin{pmatrix} 0 & -ig\boldsymbol{\mu} \cdot \{\mathbf{A}_\alpha - \mathbf{A}_\beta\} \\ ig\boldsymbol{\mu} \cdot \{\mathbf{A}_\alpha - \mathbf{A}_\beta\} & 0 \end{pmatrix} \quad (22)$$

$\mathbf{H}_{cm}$  is obviously not conventional and describes the coupling of the layers through electromagnetic fields. It vanishes for null magnetic vector potentials. Intuitively, the coupling generated by this term will imply Rabi oscillations of electrons or holes between both graphene sheets due to electronic delocalization.

## VI. EXCITON SWAPPING BETWEEN TWO GRAPHENE LAYERS AND EXPERIMENTAL DEVICE

Guided by the previous equations, we now suggest an experimental approach for testing exciton swapping between two graphene layers. An incident electromagnetic wave with an appropriate energy can excite an electron-hole bound pair (i.e. an exciton) [27–32] on a first graphene layer ( $G_\alpha$ ). In the best of our knowledge, studies related to the magnetic moment of exciton in graphene are still lacking. Nevertheless, exciton should exhibit resonance states endowed with non-zero magnetic moment  $\boldsymbol{\mu}$  [50] due to the combination of the electron/hole magnetic moments [33], possibly supplemented by an orbital magnetic moment. One can then expect to induce a coupling through  $\mathbf{H}_{cm}$  between  $G_\alpha$  and a second graphene layer  $G_\beta$  leading to a swapping of the exciton from  $G_\alpha$  towards  $G_\beta$ . Afterwards, the exciton decay on the second layer could be recorded.

The required magnetic vector potentials can be produced with the following device. Let us consider two coaxial annular magnets coated with an insulating material (see Fig.3a). Both magnets have the same rectangular section. Both magnetic fields ( $\mathbf{B}_\alpha$  and  $\mathbf{B}_\beta$ ) inside the magnets turn around the symmetry axis of the magnets.  $B_\alpha = B_\beta = 0$  outside the magnets due to the toroidal topology [51]. Only a magnetic vector potential  $\mathbf{A}$  exists outside the magnet [51] (i.e.  $\nabla \times \mathbf{A} = 0$ ). Boundary conditions result from  $\oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \Phi$ , where  $C$  is a contour on a magnet (see Fig.3) and  $\Phi$  the magnetic flux inside a magnet. The geometry of the device leads to two opposite magnetic vector potentials ( $\mathbf{A}_\alpha$  and  $\mathbf{A}_\beta$ ), each one in the vicinity of a graphene layer ( $G_\alpha$  and  $G_\beta$ ) deposited on a face of a magnet (see Fig.3a). A straightforward calculation shows that  $|\mathbf{A}_\alpha - \mathbf{A}_\beta| \sim 2A_0d/(L+l)$ , with  $d$  the distance between the two layers,  $L$  and  $l$  are the length and width of rectangular section of the magnets. If one considers a superconducting magnet, then  $A_0 \sim nh/(4e(L+l))$ , where  $n$  is an integer ( $h$  is the Planck constant and  $e$  the electric charge), due to the magnetic flux

quantization [52]. For instance, if  $L = 1 \mu\text{m}$  and  $l = 10 \text{ nm}$  [51] and with  $d = 2a_m$ , one gets  $|\mathbf{A}_\alpha - \mathbf{A}_\beta| \approx 1.4 \cdot 10^{-12} \text{ T}\cdot\text{m}$  for  $n = 1$ .

The insulating material is the substrate on which the graphene layers are deposited. This allows a gated graphene leading to electrons and holes sharing the same effective mass [24]. The efficient graphene area can be increased by using a large array of micro-annular devices (see Fig.3b).

The excitonic swapping can be described as follows. One looks for an exciton wave function in the form:

$$\begin{aligned} |\Phi(t)\rangle &= \begin{pmatrix} F_{A,\alpha}(t) \\ F_{A,\beta}(t) \end{pmatrix} \\ &= a_\alpha(t) \begin{pmatrix} \Psi_s \\ 0 \end{pmatrix} + a_\beta(t) \begin{pmatrix} 0 \\ \Psi_s \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (23)$$

where it is assumed that  $\mu\Psi_s = \pm\mu\Psi_s$ , i.e.  $\Psi_s$  is an eigenstate of  $\mu$  with an eigenvalue  $\mu$  different from zero. For an exciton, the lowest expected value can be estimated by  $\mu \sim e\hbar/m$  [50], i.e.  $\mu \approx 3.5 \cdot 10^{-22} \text{ J}\cdot\text{T}^{-1}$  for an effective electron/hole mass about 0.3 eV [24, 25]. Note that such a value of the mass gap corresponds to a common order of magnitude for graphene on a substrate [24–26]. As a consequence, by choosing a value of 0.3 eV [24], we do not lose any generality. Putting Eq. (23) into the Pauli equation (20) leads to the following system of coupled differential equations:

$$\frac{d}{dt}a_\alpha = -\kappa a_\beta - (1/2)\Gamma_0 a_\alpha + \delta(t - t_i) \quad (24)$$

and

$$\frac{d}{dt}a_\beta = \kappa a_\alpha - (1/2)\Gamma_0 a_\beta \quad (25)$$

with  $\kappa = \mu g |\mathbf{A}_\alpha - \mathbf{A}_\beta| / \hbar$ . With the above mentioned values, one can roughly estimate  $\kappa \approx 2.1 \cdot 10^9 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ .  $\Gamma_0$  is the exciton decay rate conveniently introduced in the equations in agreement with the lifetime  $\tau$  of the exciton ( $\Gamma_0 = \tau^{-1}$ ). We assume that  $\tau$  is comprised between 10 fs and 200 ps [31, 53] ( $5 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1} \leq \Gamma_0 \leq 10^{14} \text{ s}^{-1}$ ).  $\delta(t - t_i)$  is a Dirac delta source such that the exciton is created at  $t = t_i$  in the layer  $\alpha$ . Then,  $a_\alpha(t = t_i) = 1$  and  $a_\beta(t = t_i) = 0$ . The number of excitons is then given by  $\mathcal{N}_\alpha = \sum_i a_\alpha^* a_\alpha$  (respectively  $\mathcal{N}_\beta = \sum_i a_\beta^* a_\beta$ ) in layer  $\alpha$  (respectively in layer  $\beta$ ). In the continuous limit such that  $\mathcal{M}$  excitons are produced per second, from Eqs. (24) and (25), one easily obtains three Bloch-like equations:

$$\frac{d}{dt}\mathcal{N}_\alpha = -\kappa\mathcal{U} - \Gamma_0\mathcal{N}_\alpha + \mathcal{M} \quad (26)$$

and

$$\frac{d}{dt}\mathcal{N}_\beta = \kappa\mathcal{U} - \Gamma_0\mathcal{N}_\beta \quad (27)$$

and

$$\frac{d}{dt}\mathcal{U} = 2\kappa\mathcal{N}_\alpha - 2\kappa\mathcal{N}_\beta - \Gamma_0\mathcal{U} \quad (28)$$

with  $\mathcal{U} = \sum_i (a_\alpha^* a_\beta + a_\alpha a_\beta^*)$ . Since layer  $\alpha$  is continuously supplied with new excitons thanks to an incident photon flux  $\mathcal{I}_0$ , the exciton source is such that  $\mathcal{M} = \rho_{\text{eff}}\mathcal{I}_0$ .  $\rho_{\text{eff}}$  is the photon-to-exciton conversion efficiency. Eqs. (26) to (28) must present short-time transient solutions due to  $-\Gamma_0\mathcal{N}_{\alpha(\beta)}$  and  $-\Gamma_0\mathcal{U}$  terms. As a consequence, we look for stationary solutions such that  $d\mathcal{N}_\alpha/dt = d\mathcal{N}_\beta/dt = d\mathcal{U}/dt = 0$ . Eqs. (26) to (28) can be then trivially solved. The number of excitons in each graphene layers are:

$$\mathcal{N}_\alpha = \frac{2\kappa^2 + \Gamma_0^2}{\Gamma_0(4\kappa^2 + \Gamma_0^2)}\mathcal{M}, \text{ and } \mathcal{N}_\beta = \frac{2\kappa^2}{\Gamma_0(4\kappa^2 + \Gamma_0^2)}\mathcal{M} \quad (29)$$

and the number of newly created excitons balances the number of decaying excitons, i.e.  $\mathcal{M} = \Gamma_0(\mathcal{N}_\alpha + \mathcal{N}_\beta)$ . Note that in the present approach, we do not consider any saturation effect regarding to the number of excitons per unit area. Then for a fixed area,  $\mathcal{N}_\alpha + \mathcal{N}_\beta$  should be limited and  $\mathcal{M}/\Gamma_0$  likewise. As a consequence, for a given value of  $\mathcal{M}$ , the present approach is not valid when  $\Gamma_0 \rightarrow 0$ .

The photon flux  $\mathcal{I}_t$  emitted from the second graphene layer  $\beta$  is  $\mathcal{I}_t = n\Gamma_0\mathcal{N}_\beta$  where  $n$  is the number of photons that results from the exciton decay. The effective optical transmission coefficient  $\mathcal{T}$  of the device is  $\mathcal{T} = \mathcal{I}_t/\mathcal{I}_0$ , and one gets:

$$\mathcal{T} = n\rho_{\text{eff}} \frac{2\kappa^2}{4\kappa^2 + \Gamma_0^2} \quad (30)$$

The excitons transferred from layer  $\alpha$  to layer  $\beta$  are then detected through recorded photons due to excitonic decay (see Fig.3a). Let us consider the simplest process such that  $n\rho_{\text{eff}} = 1$ , i.e. every exciton decays into a single photon, and each photon creates a single exciton [54]. With the above values, the best expected transmission  $\mathcal{T}$  could reach 21 %, which is of course a fair value in an experimental context.

## VII. CONCLUSIONS

Using a theoretical approach previously considered to describe a Universe made of two braneworlds [41–44], we have proposed a new theoretical description of the phenomenology of two twisted graphene sheets. The model considers that some graphene bilayers can be described by a two-sheeted  $(2+1)$ -spacetime in the formalism of the noncommutative geometry. The model has been justified by means of a tight-binding approach, and the noncommutative geometry emerges from  $K - K'$  couplings between graphene layers. This suggests a new way to describe multilayer graphene, which deserves further studies. We have shown that the transfer of excitons between the two graphene sheets is allowed for some specific electromagnetic conditions. While the excitons are produced by incident light on the first graphene layer, photons could be recorded in front of the second graphene layer where the swapped exciton decays. The suggested experimental device uses magnets whose magnetic fields can be controlled with a transient external magnetic field, allowing then to turn on or off the device. We can then expect to get a new kind of electro-optic light modulator with hysteresis. The described effect is a solid-state realization of a two-brane Universe, for which it has been shown that matter swapping between two braneworlds could occur [41–44]. As a consequence, any experimental evidence of this effect in graphene bilayers would also be relevant in the outlook of braneworld studies.

### Appendix A: Effective two-sheeted Hamiltonian

Let us justify Eqs. (7) and (19), and so the noncommutative formalism used to describe the two graphene sheets. We consider a tight-binding approach. One defines the operator  $a_{\alpha(\beta),j}^\dagger$  (respectively  $a_{\alpha(\beta),j}$ ) which creates an electron (a hole) on the site  $j$  of the sublattice "A" on the  $\alpha$  graphene layer (or the  $\beta$  graphene layer). The same convention is used for the sublattice "B". The Hamiltonian for the bilayer can be then written as  $H = H_\alpha + H_\beta + H_c$  with:

$$\begin{aligned} H_{\alpha(\beta)} = & \sum_j (\varepsilon_A a_{\alpha(\beta),j}^\dagger a_{\alpha(\beta),j} + \varepsilon_B b_{\alpha(\beta),j}^\dagger b_{\alpha(\beta),j}) \\ & - t \sum_{\langle i,j \rangle} (a_{\alpha(\beta),i}^\dagger b_{\alpha(\beta),j} + b_{\alpha(\beta),i}^\dagger a_{\alpha(\beta),j}) \end{aligned} \quad (A1)$$

$H_{\alpha(\beta)}$  are simply the Hamiltonian of each graphene sheet ( $\alpha$ ) and ( $\beta$ ).  $\varepsilon_A$  (respectively  $\varepsilon_B$ ) is the energy level of the electron in a site of the sublattice "A" (respectively "B").  $t$  is the energy related to nearest-neighbour hopping.  $\langle i,j \rangle$  corresponds to the sum over all sites  $j$  and their nearest neighbours  $i$ . If one considers the interlayer coupling, one gets:

$$\begin{aligned} H_c = & - \sum_j t_{AA,j} (a_{\alpha,j}^\dagger a_{\beta,j} + a_{\beta,j}^\dagger a_{\alpha,j}) \\ & - \sum_j t_{BB,j} (b_{\alpha,j}^\dagger b_{\beta,j} + b_{\beta,j}^\dagger b_{\alpha,j}) \\ & - \sum_j t_{AB,j} (a_{\alpha,j}^\dagger b_{\beta,j} + b_{\beta,j}^\dagger a_{\alpha,j}) \\ & - \sum_j t_{BA,j} (b_{\alpha,j}^\dagger a_{\beta,j} + a_{\beta,j}^\dagger b_{\alpha,j}) \end{aligned} \quad (A2)$$

where the energies  $t_{uv,j}$  (with  $u = A, B$  and  $v = A, B$ ) denote the interlayer hopping between each nearest site of each layer. This dependence of  $t_{uv,j}$  against the location  $j$  is specific for a coupling between two turbostratic graphene layers for instance. In the structure considered here, we can see that no AA (BB) site exists by contrast to the AB (BA) sites (see Fig.2). We then assume that  $t_{AA,j} \approx t_{BB,j} \approx 0$ . In addition,  $t_{AB}(\mathbf{R}_j) = t_{AB,j} = -t'$  when  $\mathbf{R}_j = (2/3)(\mathbf{t}_1 + \mathbf{t}_2) + (n\mathbf{t}_1 + m\mathbf{t}_2)$  (with  $\mathbf{t}_1 = \mathbf{a}_1 + 2\mathbf{a}_2$  and  $\mathbf{t}_2 = -2\mathbf{a}_1 + 3\mathbf{a}_2$ ) and  $t_{BA}(\mathbf{R}_j) = t_{BA,j} = -t'$  when  $\bar{\mathbf{R}}_j = (1/3)(\mathbf{t}_1 + \mathbf{t}_2) + (n\mathbf{t}_1 + m\mathbf{t}_2)$ , with  $n, m \in \mathbb{N}$ .  $t_{AB,j}$  and  $t_{BA,j}$  are equal to zero elsewhere. As a consequence  $H_c$  becomes:

$$H_c = t' \sum_{[j]} (a_{\alpha,j}^\dagger b_{\beta,j} + b_{\beta,j}^\dagger a_{\alpha,j}) + t' \sum_{[j]} (b_{\alpha,j}^\dagger a_{\beta,j} + a_{\beta,j}^\dagger b_{\alpha,j}) \quad (\text{A3})$$

where  $[j]$  corresponds to the sum over all sites  $\mathbf{R}_j$  or  $\bar{\mathbf{R}}_j$ . We then use the following Fourier transform of the operators:

$$a(b)_{\alpha,j} = \sum_k \frac{1}{\sqrt{N}} a(b)_{\alpha,\mathbf{q}_k} e^{i\mathbf{r}_j \cdot \mathbf{q}_k} \quad (\text{A4})$$

$$a(b)_{\beta,j} = \sum_k \frac{1}{\sqrt{N}} a(b)_{\beta,\mathbf{q}'_k} e^{i\mathbf{r}'_j \cdot \mathbf{q}'_k} \quad (\text{A5})$$

where  $\mathbf{r}_i$  (respectively  $\mathbf{r}'_i$ ) is the position vector of the site  $i$  in the first graphene layer ( $\alpha$ ) (respectively in the second graphene layer ( $\beta$ )). Then,  $\mathbf{q}_k$  (respectively  $\mathbf{q}'_k$ ) is a momentum in layer ( $\alpha$ ) (respectively ( $\beta$ )).  $N$  is the number of sites. We can then write  $H = \sum_k H_k$ , and we get:

$$\begin{aligned} H = & (\varepsilon_A \sum_k a_{\alpha,\mathbf{q}_k}^\dagger a_{\alpha,\mathbf{q}_k} + \varepsilon_B \sum_k b_{\alpha,\mathbf{q}_k}^\dagger b_{\alpha,\mathbf{q}_k} \\ & -t \sum_k a_{\alpha,\mathbf{q}_k}^\dagger b_{\alpha,\mathbf{q}_k} [e^{i\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{q}_k} + e^{i\mathbf{u}_2 \cdot \mathbf{q}_k} + e^{i\mathbf{u}_3 \cdot \mathbf{q}_k}] \\ & -t \sum_k b_{\alpha,\mathbf{q}_k}^\dagger a_{\alpha,\mathbf{q}_k} [e^{-i\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{q}_k} + e^{-i\mathbf{u}_2 \cdot \mathbf{q}_k} + e^{-i\mathbf{u}_3 \cdot \mathbf{q}_k}]) \\ & + (\varepsilon_A \sum_k a_{\beta,\mathbf{q}'_k}^\dagger a_{\beta,\mathbf{q}'_k} + \varepsilon_B \sum_k b_{\beta,\mathbf{q}'_k}^\dagger b_{\beta,\mathbf{q}'_k} \\ & -t \sum_k a_{\beta,\mathbf{q}'_k}^\dagger b_{\beta,\mathbf{q}'_k} [e^{i\mathbf{u}'_1 \cdot \mathbf{q}'_k} + e^{i\mathbf{u}'_2 \cdot \mathbf{q}'_k} + e^{i\mathbf{u}'_3 \cdot \mathbf{q}'_k}] \\ & -t \sum_k b_{\beta,\mathbf{q}'_k}^\dagger a_{\beta,\mathbf{q}'_k} [e^{-i\mathbf{u}'_1 \cdot \mathbf{q}'_k} + e^{-i\mathbf{u}'_2 \cdot \mathbf{q}'_k} + e^{-i\mathbf{u}'_3 \cdot \mathbf{q}'_k}]) \\ & + t' \sum_k \sum_{k'} a_{\alpha,\mathbf{q}_k}^\dagger b_{\beta,\mathbf{q}'_{k'}} \frac{1}{N} \sum_{[j]} e^{i\mathbf{r}'_j \cdot \mathbf{q}'_{k'} - i\mathbf{r}_j \cdot \mathbf{q}_k} \\ & + t' \sum_k \sum_{k'} b_{\beta,\mathbf{q}'_{k'}}^\dagger a_{\alpha,\mathbf{q}_k} \frac{1}{N} \sum_{[j]} e^{-i\mathbf{r}'_j \cdot \mathbf{q}'_{k'} + i\mathbf{r}_j \cdot \mathbf{q}_k} \\ & + t' \sum_k \sum_{k'} b_{\alpha,\mathbf{q}_k}^\dagger a_{\beta,\mathbf{q}'_{k'}} \frac{1}{N} \sum_{[j]} e^{i\mathbf{r}_j \cdot \mathbf{q}'_{k'} - i\mathbf{r}_j \cdot \mathbf{q}_k} \\ & + t' \sum_k \sum_{k'} a_{\beta,\mathbf{q}'_{k'}}^\dagger b_{\alpha,\mathbf{q}_k} \frac{1}{N} \sum_{[j]} e^{-i\mathbf{r}'_j \cdot \mathbf{q}'_{k'} + i\mathbf{r}_j \cdot \mathbf{q}_k} \end{aligned} \quad (\text{A6})$$

since  $\sum_{\langle i,j \rangle} e^{i(\mathbf{r}_j \cdot \mathbf{q}'_{k'} - \mathbf{r}_i \cdot \mathbf{q}_k)} = N \delta_{\mathbf{q}'_{k'}, \mathbf{q}_k} \sum_{j=1,2,3} e^{i\mathbf{u}_j \cdot \mathbf{q}'_{k'}}$  with  $\mathbf{u}_1 = \mathbf{a}_2 - \mathbf{a}_1$ ,  $\mathbf{u}_2 = \mathbf{a}_1$  and  $\mathbf{u}_3 = -\mathbf{a}_2$ . Indeed, for a site  $i$  located at  $\mathbf{r}_i$ , the three nearest neighbours are located at  $\mathbf{r}_j = \mathbf{r}_i + \mathbf{u}_1$ ,  $\mathbf{r}_j = \mathbf{r}_i + \mathbf{u}_2$  and  $\mathbf{r}_j = \mathbf{r}_i + \mathbf{u}_3$  respectively. In the second graphene layer, the nearest neighbours are defined through  $\mathbf{u}'_i = \mathbf{R}(\theta)\mathbf{u}_i$ , with  $\mathbf{R}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ . Let us now consider the restricted Hamiltonian  $\tilde{H}$  which only contains the contributions of the Hamiltonian  $H$  for  $\mathbf{q}_k \approx \mathbf{K}$  or  $\mathbf{K}'$ ,

and  $\mathbf{q}'_k \approx \mathbf{K}^\theta$  or  $\mathbf{K}'^\theta$ . Since:

$$\begin{aligned} \sum_{[j]} e^{i\mathbf{r}'_j \cdot \mathbf{q}'_{k'} - i\mathbf{r}_j \cdot \mathbf{q}_k} &= \sum_j e^{i\mathbf{R}_j \cdot (\mathbf{K}'^\theta - \mathbf{K})} \\ &= e^{i(2/3)(\mathbf{t}_1 + \mathbf{t}_2) \cdot (\mathbf{K}'^\theta - \mathbf{K})} \\ &\quad \times \sum_{n,m} e^{i(n\mathbf{t}_1 + m\mathbf{t}_2) \cdot (\mathbf{K}'^\theta - \mathbf{K})} \\ &= N \end{aligned} \quad (\text{A7})$$

and

$$\begin{aligned} \sum_{[j]} e^{i\mathbf{r}'_j \cdot \mathbf{q}'_{k'} - i\mathbf{r}_j \cdot \mathbf{q}_k} &= \sum_j e^{i\bar{\mathbf{R}}_j \cdot (\mathbf{K}'^\theta - \mathbf{K})} \\ &= e^{i(1/3)(\mathbf{t}_1 + \mathbf{t}_2) \cdot (\mathbf{K}'^\theta - \mathbf{K})} \\ &\quad \times \sum_{n,m} e^{i(n\mathbf{t}_1 + m\mathbf{t}_2) \cdot (\mathbf{K}'^\theta - \mathbf{K})} \\ &= N \end{aligned} \quad (\text{A8})$$

we can write  $\tilde{H}$  such that  $\tilde{H} = \Psi^{(\theta)\dagger} \mathcal{H}^{(\theta)} \Psi^{(\theta)}$  with

$$\mathcal{H}^{(\theta)} = \begin{pmatrix} \varepsilon_A & -t\Lambda_{\mathbf{K}}^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t' \\ -t\Lambda_{\mathbf{K}} & \varepsilon_B & 0 & 0 & 0 & 0 & t' & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_A & -t\Lambda_{\mathbf{K}'}^* & 0 & t' & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -t\Lambda_{\mathbf{K}'} & \varepsilon_B & t' & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & t' & \varepsilon_A & -t\Lambda_{\mathbf{K}^\theta}^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & t' & 0 & -t\Lambda_{\mathbf{K}^\theta} & \varepsilon_B & 0 & 0 \\ 0 & t' & 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_A & -t\Lambda_{\mathbf{K}'^\theta}^* \\ t' & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -t\Lambda_{\mathbf{K}'^\theta} & \varepsilon_B \end{pmatrix} \quad (\text{A9})$$

where the star denotes the complex conjugate and  $\Lambda_{\mathbf{K}} = \sum_i e^{i\mathbf{u}_i \cdot (\mathbf{K} + \mathbf{k})}$ ,  $\Lambda_{\mathbf{K}'} = \sum_i e^{i\mathbf{u}_i \cdot (\mathbf{K}' + \mathbf{k})}$ ,  $\Lambda_{\mathbf{K}^\theta} = \sum_i e^{i\mathbf{u}_i \cdot (\mathbf{K}^\theta + \mathbf{k})}$  and  $\Lambda_{\mathbf{K}'^\theta} = \sum_i e^{i\mathbf{u}_i \cdot (\mathbf{K}'^\theta + \mathbf{k})}$ .  $\mathbf{k}$  is the momentum vector which denotes low-energy excitations near the Dirac points. We also define:

$$\Psi^{(\theta)} = \begin{pmatrix} a_{\alpha, \mathbf{K}} \\ b_{\alpha, \mathbf{K}} \\ a_{\alpha, \mathbf{K}'} \\ b_{\alpha, \mathbf{K}'} \\ a_{\beta, \mathbf{K}^\theta} \\ b_{\beta, \mathbf{K}^\theta} \\ a_{\beta, \mathbf{K}'^\theta} \\ b_{\beta, \mathbf{K}'^\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \chi_\alpha \\ \theta_\alpha^{(\theta)} \\ \chi_\beta^{(\theta)} \\ \theta_\beta^{(\theta)} \end{pmatrix} \quad (\text{A10})$$

Since  $|\mathbf{k}|$  can be assumed small enough, one gets the following first-order perturbation series by respect with  $\mathbf{k}$ :  $\Lambda_{\mathbf{K}} = -a_0 \frac{\sqrt{3}}{2} \{\mathbf{e}_x \cdot \mathbf{k} + i\mathbf{e}_y \cdot \mathbf{k}\}$ ,  $\Lambda_{\mathbf{K}'} = -a_0 \frac{\sqrt{3}}{2} \{-\mathbf{e}_x \cdot \mathbf{k} + i\mathbf{e}_y \cdot \mathbf{k}\}$ ,  $\Lambda_{\mathbf{K}^\theta} = -a_0 \frac{\sqrt{3}}{2} \{\mathbf{R}(\theta)\mathbf{e}_x \cdot \mathbf{k} + i\mathbf{R}(\theta)\mathbf{e}_y \cdot \mathbf{k}\}$ , and  $\Lambda_{\mathbf{K}'^\theta} = -a_0 \frac{\sqrt{3}}{2} \{-\mathbf{R}(\theta)\mathbf{e}_x \cdot \mathbf{k} + i\mathbf{R}(\theta)\mathbf{e}_y \cdot \mathbf{k}\}$ . Then, we can write:

$$\mathcal{H}^{(\theta)} = \begin{pmatrix} \hbar v_F(\sigma_1 k_x + \sigma_2 k_y) + mv_F^2 \sigma_3 & 0 \\ 0 & \hbar v_F(-\sigma_1 k_x + \sigma_2 k_y) + mv_F^2 \sigma_3 \\ 0 & t' \sigma_1 \\ t' \sigma_1 & 0 \\ 0 & t' \sigma_1 \\ t' \sigma_1 & 0 \\ \hbar v_F(\sigma_1^\theta k_x + \sigma_2^\theta k_y) + mv_F^2 \sigma_3 & 0 \\ 0 & \hbar v_F(-\sigma_1^{-\theta} k_x + \sigma_2^{-\theta} k_y) + mv_F^2 \sigma_3 \end{pmatrix} \quad (\text{A11})$$

where  $v_F = \sqrt{3}at/2\hbar$  is the Fermi velocity. We have set  $mv_f^2 = (\varepsilon_A - \varepsilon_B)/2$ . The energy origin is defined as  $(\varepsilon_A + \varepsilon_B)/2 = 0$ . We have defined  $\sigma_i^\theta = e^{i(\theta/2)\sigma_3}\sigma_i e^{-i(\theta/2)\sigma_3}$ . Since

$$\Psi^{(\theta)} = \begin{pmatrix} \chi_\alpha \\ \theta_\alpha^{(\theta)} \\ \chi_\beta^{(\theta)} \\ \theta_\beta^{(\theta)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \chi_\alpha \\ \theta_\alpha \\ e^{i(\theta/2)\sigma_z}\chi_\beta \\ e^{-i(\theta/2)\sigma_z}\theta_\beta \end{pmatrix} \quad (\text{A12})$$

we now conveniently define  $\mathcal{H}$  thanks to:  $\tilde{H} = \Psi^{(\theta)\dagger}\mathcal{H}^{(\theta)}\Psi^{(\theta)} = \Psi^\dagger\mathcal{H}\Psi$ , with

$$\Psi = \begin{pmatrix} \chi_\alpha \\ \theta_\alpha \\ \chi_\beta \\ \theta_\beta \end{pmatrix} \quad (\text{A13})$$

and we get:

$$\mathcal{H} = \quad (\text{A14})$$

$$\begin{pmatrix} \hbar v_F(\sigma_1 k_x + \sigma_2 k_y) + mv_f^2 \sigma_3 & 0 \\ 0 & \hbar v_F(-\sigma_1 k_x + \sigma_2 k_y) + mv_f^2 \sigma_3 \\ 0 & t' e^{-i(\theta/2)\sigma_3} \sigma_1 \\ t' e^{i(\theta/2)\sigma_3} \sigma_1 & 0 \\ 0 & t' \sigma_1 e^{-i(\theta/2)\sigma_3} \\ t' \sigma_1 e^{i(\theta/2)\sigma_3} & 0 \\ \hbar v_F(\sigma_1 k_x + \sigma_2 k_y) + mv_f^2 \sigma_3 & 0 \\ 0 & \hbar v_F(-\sigma_1 k_x + \sigma_2 k_y) + mv_f^2 \sigma_3 \end{pmatrix}$$

We now execute a convenient  $\pi/2$  rotation such that  $(x, y) \rightarrow (-y, x)$  and  $(k_x, k_y) \rightarrow (-k_y, k_x)$  leading to:

$$\mathcal{H} = \quad (\text{A15})$$

$$\begin{pmatrix} \hbar v_F(\sigma_1 k_x + \sigma_2 k_y) + mv_f^2 \sigma_3 & 0 \\ 0 & \hbar v_F(\sigma_1 k_x - \sigma_2 k_y) + mv_f^2 \sigma_3 \\ 0 & -t' e^{-i(\theta/2)\sigma_3} \sigma_2 \\ -t' e^{i(\theta/2)\sigma_3} \sigma_2 & 0 \\ 0 & -t' \sigma_2 e^{-i(\theta/2)\sigma_3} \\ -t' \sigma_2 e^{i(\theta/2)\sigma_3} & 0 \\ \hbar v_F(\sigma_1 k_x + \sigma_2 k_y) + mv_f^2 \sigma_3 & 0 \\ 0 & \hbar v_F(\sigma_1 k_x - \sigma_2 k_y) + mv_f^2 \sigma_3 \end{pmatrix}$$

Let us now rewrite the Schrödinger equation (A15) in a Dirac-like form. We use the notations (3) such that:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} \sigma_3 & 0 \\ 0 & \sigma_3 \end{pmatrix}, \quad (\text{A16})$$

and we multiply first  $i\hbar\partial_t\Psi = \mathcal{H}\Psi$  on the left by  $\gamma^0 \otimes \mathbf{1}_{2\times 2}$ . Using the relation:

$$e^{i(\theta/2)\sigma_3} = \cos(\theta/2) + i\sigma_3 \sin(\theta/2), \quad (\text{A17})$$

and the properties of the Pauli matrices, we get:

$$i\hbar \begin{pmatrix} \gamma^0 & 0 \\ 0 & \gamma^0 \end{pmatrix} \partial_t \Psi = \quad (\text{A18})$$

$$\begin{pmatrix} \hbar v_F(i\sigma_2 k_x + (-i\sigma_1) k_y) + mv_f^2 & 0 \\ 0 & \hbar v_F(i\sigma_2 k_x + (i\sigma_1) k_y) + mv_f^2 \\ 0 & -t'(-i\sigma_1 \cos(\theta/2) - \sigma_3 \sigma_1 \sin(\theta/2)) \\ -t'(-i\sigma_1 \cos(\theta/2) + \sigma_3 \sigma_1 \sin(\theta/2)) & 0 \\ 0 & -t'(-i\sigma_1 \cos(\theta/2) + \sigma_3 \sigma_1 \sin(\theta/2)) \\ -t'(-i\sigma_1 \cos(\theta/2) - \sigma_3 \sigma_1 \sin(\theta/2)) & 0 \\ \hbar v_F(i\sigma_2 k_x + (-i\sigma_1) k_y) + mv_f^2 & 0 \\ 0 & \hbar v_F(i\sigma_2 k_x + (i\sigma_1) k_y) + mv_f^2 \end{pmatrix} \Psi$$

By using notations (3) and (4), such as:

$$\gamma^1 = \begin{pmatrix} i\sigma_2 & 0 \\ 0 & i\sigma_2 \end{pmatrix}, \gamma^2 = \begin{pmatrix} -i\sigma_1 & 0 \\ 0 & i\sigma_1 \end{pmatrix} \quad (\text{A19})$$

and

$$\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_1 \\ \sigma_1 & 0 \end{pmatrix}, -i\gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & i\sigma_1 \\ i\sigma_1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{A20})$$

Eq. (A18) can then be written as:

$$i\hbar \begin{pmatrix} \gamma^0 & 0 \\ 0 & \gamma^0 \end{pmatrix} \partial_t \Psi = \quad (\text{A21})$$

$$\begin{pmatrix} \hbar v_F(\gamma^1 k_x + \gamma^2 k_y) + mv_f^2 & -t'(i\gamma^5 \cos(\theta/2) - \gamma^0 \gamma^3 \sin(\theta/2)) \\ -t'(i\gamma^5 \cos(\theta/2) + \gamma^0 \gamma^3 \sin(\theta/2)) & \hbar v_F(\gamma^1 k_x + \gamma^2 k_y) + mv_f^2 \end{pmatrix} \Psi$$

Now, let us define  $m \rightarrow mv_F/\hbar$  and  $(x_0, x_1, x_2) = (v_F t, x, y)$ , as well as  $g = (t'/v_F \hbar) \cos(\theta/2)$  and  $\tilde{g} = (t'/v_F \hbar) \sin(\theta/2)$ . We also use the equivalence  $(k_1, k_2) \longleftrightarrow (-i\partial_1, -i\partial_2)$ , and then Eq. (A21) can be written as:

$$\begin{pmatrix} i\gamma^\eta \partial_\eta - m & ig\gamma^5 - \gamma^0 \gamma^3 \tilde{g} \\ ig\gamma^5 + \gamma^0 \gamma^3 \tilde{g} & i\gamma^\eta \partial_\eta - m \end{pmatrix} \Psi = 0 \quad (\text{A22})$$

with  $\eta = 0, 1, 2$ . (A22) is the Dirac-like form of the Schrödinger equation (A15). If we neglect the role of the coupling  $\tilde{g}$ , or if we consider the role of the coupling  $g$  only, obviously, Eq. (A22) is the expected Eq. (7) for  $x_3 = 0$ .

Note that, if we consider the notations (6), i.e.:

$$\Gamma^\mu = \begin{pmatrix} \gamma^\mu & 0 \\ 0 & \gamma^\mu \end{pmatrix} \text{ and } \Gamma^5 = \begin{pmatrix} \gamma^5 & 0 \\ 0 & -\gamma^5 \end{pmatrix} \quad (\text{A23})$$

it can be easily shown from the previous equations that the coupling Hamiltonian  $\mathcal{H}_c$  between both graphene layers reduces to:

$$\mathcal{H}_c = -i\hbar v_F \Gamma^0 \Gamma^5 D_5 + \hbar v_F \Gamma^3 D_6 \quad (\text{A24})$$

which is the Eq. (16), with:

$$D_5 = \begin{pmatrix} 0 & g \\ -g & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A25})$$

from notations (5), and where we have defined:

$$D_6 = \begin{pmatrix} 0 & \tilde{g} \\ -\tilde{g} & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A26})$$

by analogy with (A25).



## Acknowledgements

The authors are grateful to Philippe Lambin, Luc Henrard and Nicolas Reckinger for useful discussions and comments.

- 
- [1] K.S. Novoselov, A.K. Geim, S.V. Morozov, D. Jiang, M.I. Katsnelson, I.V. Grigorieva, S.V. Dubonos, A.A. Firsov, *Nature* **438** (2005) 197, arXiv:cond-mat/0509330 [cond-mat.mes-hall].
  - [2] A.H. Castro Neto, F. Guinea, N.M.R. Peres, K.S. Novoselov, A.K. Geim, *Rev. Mod. Phys.* **81** (2009) 109, arXiv:0709.1163 [cond-mat.other].
  - [3] J.M.B. Lopes dos Santos, N.M.R. Peres, A.H. Castro Neto, *Phys. Rev. Lett.* **99** (2007) 256802, arXiv:0704.2128 [cond-mat.mtrl-sci];  
J.M.B. Lopes dos Santos, N.M.R. Peres, A.H. Castro Neto, *Phys. Rev. B* **86** (2012) 155449, arXiv:1202.1088 [cond-mat.mtrl-sci].
  - [4] S. Shallcross, S. Sharma, E. Kandelaki, O.A. Pankratov, *Phys. Rev. B* **81** (2010) 165105, arXiv:0910.5811 [cond-mat.mtrl-sci].
  - [5] R. Bistritzer, A.H. MacDonald, *Phys. Rev. B* **81** (2010) 245412, arXiv:1002.2983 [cond-mat.mes-hall].
  - [6] E.J. Mele, *Phys. Rev. B* **81** (2010) 161405(R), arXiv:1001.5190 [cond-mat.mes-hall].
  - [7] R. Bistritzer, A.H. MacDonald, *PNAS* **108** (2011) 12233, arXiv:1009.4203 [cond-mat.mes-hall].
  - [8] G. Trambly de Laissardière, D. Mayou, L. Magaud, *Nano Lett.* **10** (2010) 804.
  - [9] E.V. Castro, K.S. Novoselov, S.V. Morozov, N.M.R. Peres, J.M.B. Lopes dos Santos, J. Nilsson, F. Guinea, A.K. Geim, A.H. Castro Neto, *J. Phys.: Condens. Matter* **22**, 175503 (2010), arXiv:0807.3348 [cond-mat.mes-hall].
  - [10] M. Kindermann, E.J. Mele, *Phys. Rev. B* **84** (2011) 161406(R), arXiv:1106.0204 [cond-mat.mes-hall].
  - [11] L. Meng, Z.-D. Chu, Y. Zhang, J.-Y. Yang, R.-F. Dou, J.-C. Nie, L. He, *Phys. Rev. B* **85** (2012) 235453, arXiv:1206.3615 [cond-mat.mes-hall].
  - [12] T. Ohta, J.T. Robinson, P.J. Feibelman, A. Bostwick, E. Rotenberg, T.E. Beechem, *Phys. Rev. Lett.* **109** (2012) 186807.
  - [13] C.J. Tabert, E.J. Nicol, *Phys. Rev. B* **87** (2013) 121402(R), arXiv:1302.7233 [cond-mat.mes-hall].
  - [14] Z.-D. Chu, W.-Y. He, L. He, *Phys. Rev. B* **87** (2013) 155419, arXiv:1211.3517 [cond-mat.mes-hall].
  - [15] W. Landgraf, S. Shallcross, K. Türschmann, D. Weckbecker, O. Pankratov, *Phys. Rev. B* **87** (2013) 075433.
  - [16] X. Zou, J. Shang, J. Leaw, Z. Luo, L. Luo, C. La-o-vorakiat, L. Cheng, S.A. Cheong, H. Su, J.-X. Zhu, Y. Liu, K. Ping Loh, A.H. Castro Neto, T. Yu, E.E.M. Chia, *Phys. Rev. Lett.* **110** (2013) 067401, arXiv:1302.4185 [cond-mat.mes-hall].
  - [17] M. Mecklenburg, B.C. Regan, *Phys. Rev. Lett.* **106** (2011) 11680, arXiv:1003.3715 [cond-mat.mes-hall].
  - [18] G. Tkachov, *Phys. Rev. B* **79**, 045429 (2009), arXiv:0811.2698 [cond-mat.mes-hall].
  - [19] M.I. Katsnelson, K.S. Novoselov, *Solid State Commun.* **143** (2007) 3, arXiv:cond-mat/0703374 [cond-mat.mes-hall].
  - [20] F. de Juan, A.G. Grushin, M.A.H. Vozmediano, *Phys. Rev. B* **82** (2010) 125409, arXiv:1002.3111 [cond-mat.str-el].
  - [21] M.I. Katsnelson, K.S. Novoselov, A.K. Geim, *Nature Phys.* **2** (2006) 620, arXiv:cond-mat/0604323 [cond-mat.mes-hall].
  - [22] F.D.M. Haldane, *Phys. Rev. Lett.* **61** (1988) 2015.
  - [23] G.W. Semenoff, *Phys. Rev. Lett.* **53** (1984) 2449.
  - [24] S.Y. Zhou, D.A. Siegel, A.V. Fedorov, F. El Gabaly, A. K. Schmid, A.H. Castro Neto, A. Lanzara, *Nature Mat.* **7** (2008) 259, arXiv:0804.1818 [cond-mat.mtrl-sci];  
S.Y. Zhou, G.H. Gweon, A.V. Fedorov, P.N. First, W.A. De Heer, D.H. Lee, F. Guinea, A.H.C. Neto, A. Lanzara, *Nature Mat.* **6** (2007) 770, arXiv:0709.1706v2 [cond-mat.mtrl-sci].
  - [25] A. L. Walter, S. Nie, A. Bostwick, K. S. Kim, L. Moreschini, Y. J. Chang, D. Innocenti, K. Horn, K. F. McCarty, E. Rotenberg, *Phys. Rev. B* **84**, 195443 (2011).
  - [26] N. Kharche and S. K. Nayak, *Nano Lett.* **11**, 5274 (2011).
  - [27] R. Dillenschneider, J.H. Han, *Phys. Rev. B* **78** (2008) 045401, arXiv:0709.1230 [cond-mat.str-el].
  - [28] I. Santoso, P.K. Gogoi, H.B. Su, H. Huang, Y. Lu, D. Qi, W. Chen, M.A. Majidi, Y.P. Feng, A.T.S. Wee, K.P. Loh, T. Venkatesan, R.P. Saichu, A. Goos, A. Kotlov, M. Rübhausen, A. Rusydi, *Phys. Rev. B* **84** (2011) 081403 (R), arXiv:1101.3060 [cond-mat.str-el].
  - [29] A. Bostwick, T. Ohta, T. Seyller, K. Horn, E. Rotenberg, *Nature Physics* **3** (2007) 36.
  - [30] N.M.R. Peres, R.M. Ribeiro, A.H. Castro Neto, *Phys. Rev. Lett.* **105** (2010) 055501, arXiv:1002.0464 [cond-mat.mes-hall].
  - [31] L. Yang, *Phys. Rev. B* **83** (2011) 085405.
  - [32] F. Fallah, M. Esmailzadeh, *J. Appl. Phys.* **114**, 073702 (2013).
  - [33] D. Xiao, W. Yao, Q. Niu, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 236809 (2007).
  - [34] G. Giovannetti, P. A. Khomyakov, G. Brocks, V. M. Karpan, J. van den Brink, P. J. Kelly, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 026803 (2008).
  - [35] S. Y. Shin, N. D. Kim, J. G. Kim, K. S. Kim, D. Y. Noh, Kwang S. Kim, J. W. Chung, *Appl. Phys. Lett.* **99**, 082110 (2011).
  - [36] J. Chen, M. Badioli, P. Alonso-Gonzalez, S. Thongrattanasiri, F. Huth, J. Osmond, M. Spasenovic, A. Centeno, A. Pesquera, P. Godignon, A. Zurutuza Elorza, N. Camara, F. J. Garcia de Abajo, R. Hillenbrand, F. H. L. Koppens, *Nature* **487**, 77 (2012).

- 
- [37] Z. Fei, A. S. Rodin, G. O. Andreev, W. Bao, A. S. McLeod, M. Wagner, L. M. Zhang, Z. Zhao, M. Thiemens, G. Dominguez, M. M. Fogler, A. H. Castro Neto, C. N. Lau, F. Keilmann, D. N. Basov, *Nature* **487**, 82 (2012).
  - [38] O.F. Dayi, A. Jellal, *J. Math. Phys.* **51** (2010) 063522, arXiv:0909.1448 [cond-mat.mes-hall].
  - [39] C. Bastos, O. Bertolami, N.C. Dias, J.N. Prata, *Int. J. Mod. Phys. A* **28** (2013) 1350064, arXiv:1207.5820 [hep-th].
  - [40] V.A. Rubakov, M.E. Shaposhnikov, *Phys. Lett.* **125B**, 136 (1983);  
A. Lukas, B.A. Ovrut, K.S. Stelle, D. Waldram, *Phys. Rev. D* **59**, 086001 (1999), arXiv:hep-th/9803235;  
R. Davies, D.P. George, R.R. Volkas, *Phys. Rev. D* **77**, 124038 (2008), arXiv:0705.1584 [hep-ph];  
Y.-X. Liu, L.-D. Zhang, L.-J. Zhang, Y.-S. Duan, *Phys. Rev. D* **78**, 065025 (2008), arXiv:0804.4553 [hep-th].
  - [41] M. Sarrazin, F. Petit, *Phys. Rev. D* **81**, 035014 (2010), arXiv:0903.2498 [hep-th].
  - [42] F. Petit, M. Sarrazin, *Phys. Lett. B* **612** (2005) 105, arXiv:hep-th/0409084.
  - [43] M. Sarrazin, F. Petit, *Int. J. Mod. Phys. A* **22** (2007) 2629, arXiv:hep-th/0603194.
  - [44] M. Sarrazin, G. Pignol, F. Petit, V.V. Nesvizhevsky, *Phys. Lett. B* **712** (2012) 213, arXiv:1201.3949 [hep-ph].
  - [45] A. Connes, J. Lott, *Nucl. Phys.* **18B** (Proc. Suppl.) (1991) 29;  
A. Connes, *Non-Commutative Geometry* (Academic Press, San Diego, CA, 1994).
  - [46] N.A. Viet, K.C. Wali, *Phys. Rev. D* **67** (2003) 124029, hep-th/0212062;  
N.A. Viet, K.C. Wali, *Int. J. Mod. Phys. A* **11** (1996) 533, hep-th/9412220.
  - [47] L.P. Colatto, A.L.A. Penna, W.C. Santos, *Phys. Rev. D* **73** (2006) 105007, arXiv:hep-th/0512266 [hep-th].
  - [48] O. Bertolami, R. Queiroz, *Phys. Lett. A* **375** (2011) 4116, arXiv:1105.2774 [hep-th].
  - [49] H. Falomir, J. Gamboa, M. Loewe, F. Méndez, J.C. Rojas, *Phys. Rev. D* **85** (2012) 025009, arXiv:1111.0511 [hep-th].
  - [50] L.C. Smith, J.J. Davies, D. Wolverson, H. Boukari, H. Mariette, V.P. Kochereshko, R.T. Phillips, *Phys. Rev. B* **83**, 155206 (2011);  
J.J. Davies, D. Wolverson, V.P. Kochereshko, A.V. Platonov, A.F. Ioffe, R.T. Cox, J. Cibert, H. Mariette, C. Bodin, C. Gourgon, E.V. Ubyivovk, Yu. P. Efimov, S.A. Eliseev, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 187403 (2006).
  - [51] A. Tonomura, T. Matsuda, B. Suzuki, A. Fukuhara, N. Osakabe, H. Umezaki, J. Endo, K. Shinagawa, Y. Sugita, H. Fujiwara, *Phys. Rev. Lett.* **48** (1982) 1443;  
A. Tonomura, H. Umezaki, T. Matsuda, N. Osakabe, J. Endo, Y. Sugita, *Phys. Rev. Lett.* **51** (1983) 331.
  - [52] H. Doll, M. Näbauer, *Phys. Rev. Lett.* **7** (1961) 51.
  - [53] V. Perebeinos, J. Tersoff, P. Avouris, *Nano Lett.* **5** (2005) 2495;  
C.D. Spataru, S. Ismail-Beigi, R.B. Capaz, and S.G. Louie, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 247402 (2005).
  - [54] S. Albrecht, S. Schäfer, I. Lange, S. Yilmaz, I. Dumsch, S. Allard, U. Scherf, A. Hertwig, Dieter Neher, *Org. Electron.* **13** (2012) 615622;  
V.I. Klimov, *J. Phys. Chem. B* **110** (2006) 16827.



Quatrième partie

Conclusion générale



---

*Mon verre n'est pas grand, mais je bois dans mon verre.*

Alfred de Musset - *La Coupe et les lèvres*

Comme nous l'avons vu, le travail est loin d'être achevé dans chacune des deux thématiques que j'ai présentées, celle de l'*électrodynamique dans les systèmes à basse dimensionnalité* et celle de l'*électrodynamique dans les modèles de monde branaire*. La possibilité d'élargir les collaborations, tout comme le fait de pouvoir proposer des sujets de mémoires et de thèses sur les différents sujets traités est une condition nécessaire pour pouvoir pousser au plus loin l'ensemble de ces travaux. D'autres visions des problèmes sont nécessaires, que cela soit par l'apport d'autres collègues, ou par le travail d'esprits neufs. Aussi, en toute modestie, j'espère que certaines thématiques que j'ai initiées continueront leur vie indépendamment de moi, tant au niveau théorique qu'expérimental.

Ce mémoire a été pour moi l'occasion de faire un bilan sur mes dernières années en tant que chercheur et enseignant. J'espère avoir convaincu que, de nos jours, il est encore tout à fait possible pour un physicien de naviguer entre plusieurs domaines *a priori* orthogonaux et d'y être productif. Le travail de recherche et de création résidant ici dans le fait de tenter d'établir des liens entre des concepts non connexes de prime abord. Pour moi, cette approche repose sur deux lignes de conduite : Le "*Know how to solve every problem that has been solved*" de Richard P. Feynman et le "*Lean on principles, one day they'll end up giving way*" d'Oscar Wilde. Evidemment, tout en évitant de trop se disperser, il convient d'y ajouter une bonne quantité de travail et d'opiniâtreté. Enfin, il faut compter, bien évidemment, sur le rôle essentiel des multiples rencontres et interactions avec les collègues - et ami(e)s - comme je l'ai déjà mentionné.

Pour terminer, au cours de ces dernières années, motiver des collègues et des étudiants à me suivre dans mes entreprises ne fût pas la tâche la plus ardue. En revanche, la principale difficulté réside dans la quête de moyens financiers, comme pour beaucoup de chercheurs actuellement. Aujourd'hui, la recherche d'une nouvelle physique au-delà du Modèle Standard s'enrichit d'approches dites de "précision" à basse énergie. Ces techniques expérimentales offrent une alternative et une vision différente - bien que complémentaire - de la traditionnelle physique des hautes énergies, souvent dévolue aux accélérateurs de particules et à l'astrophysique. Les approches de précision offrent la possibilité d'expériences ayant des coûts pouvant être inférieurs de deux à trois ordres de grandeur par rapport aux autres approches. Il devient ainsi possible d'envisager de telles expériences *via* des financements participatifs (*crowdfunding*) impliquant ainsi de manière active le public dans l'activité de recherche. D'une manière générale, la recherche en physique ne devrait-elle pas devenir plus "débrouillarde" (mais a-t-elle seulement cessé de l'être un jour ?) pour évoluer avec les aléas économiques et les impératifs de l'époque en terme de croissance soutenable ?



## Cinquième partie

# Bibliographie





---

[**Abel-Schofield 2004**] *Brane-Antibrane Kinetic Mixing, Millicharged Particles and SUSY Breaking*, S. Abel and B. Schofield, Nucl. Phys. B **685**, 150 (2004).

[**Antoniadis et al. 1998**] *New dimensions at a millimeter to a Fermi and superstrings at a TeV*, I. Antoniadis, N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, G. Dvali, Phys. Lett. B **436**, 257 (1998).

[**Arkani-Hamed et al. 2001**] *Stabilization of Sub-Millimeter Dimensions : The New Guise of the Hierarchy Problem*, N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, J. March-Russell, Phys. Rev. D **63**, 064020 (2001).

[**Bay et al. 2013a**] *Optimal overlayer inspired by Photuris firefly improves light-extraction efficiency of existing light-emitting diodes*, A. Bay, N. André, M. Sarrazin, A. Belarouci, V. Aimez, L. Francis, J. P. Vigneron, Opt. Express **21** (S1), A179 (2013).

[**Bay et al. 2013b**] *Search for an optimal light-extracting surface derived from the morphology of a firefly lantern*, A. Bay, M. Sarrazin, J. P. Vigneron, Opt. Eng. **52**, 028001 (2013).

[**Bell et al. 2005**] *How Magnetic is the Dirac Neutrino ?* N. F. Bell, V. Cirigliano, M. J. Ramsey-Musolf, P. Vogel, M. B. Wise, Phys. Rev. Lett. **95**, 151802 (2005).

[**Berezhiani 2009**] *More about neutron-mirror neutron oscillation*, Z. Berezhiani, Eur. Phys. J. C **64**, 421 (2009).

[**Berthier 2010**] *Photonique des Morphos*, S. Berthier, Springer Verlag France (2010).

[**Brax 2003**] *Cosmology and Brane Worlds : A Review*, P. Brax, C. van de Bruck, Class. Quant. Grav. **20**, R201 (2003).

[**Casimir 1948**] *On the attraction between two perfectly conducting plates*, H. B. G. Casimir, Proc. K. Ned. Akad. Wet. **51**, 793 (1948).

[**Centurioni 2005**] *Generalized matrix method for calculation of internal light energy flux in mixed coherent and incoherent multilayers*, E. Centurioni, Appl. Opt. **44**, 7532 (2005).

[**Chung-Freese 2000**] *Can Geodesics in Extra Dimensions Solve the Cosmological Horizon Problem ?* D. J. H. Chung, K. Freese, Phys. Rev. D **62**, 063513 (2000).

[**Cohen-Tannoudji et al. 1997**] *Mécanique quantique I et II*, C. Cohen-Tannoudji, B. Diu et F. Lalœ, Editions Hermann, Collection : Enseignement des sciences (1997).

---

[Connes 1994] *Noncommutative Geometry*, A. Connes, Academic Press, San Diego, CA (1994).

[Davids et al. 2010] *Modal approach to Casimir forces in periodic structures*, P. S. Davids, F. Intravaia, F. S. S. Rosa, and D. A. R. Dalvit, Phys. Rev. A **82**, 062111 (2010).

[Davies et al. 2008] *The standard model on a domain-wall brane ?*, R. Davies, D. P. George, R. R. Volkas, Phys. Rev. D **77**, 124038 (2008).

[Davies-George 2007] *Fermions, scalars and Randall-Sundrum gravity on domain-wall branes*, R. Davies, D. P. George, Phys. Rev. D **76**, 104010 (2007).

[Dellieu et al. 2015a] *Quantum vacuum photon modes and repulsive Lifshitz - van der Waals interactions*, L. Dellieu, O. Deparis, J. Muller, B. Kolaric, M. Sarrazin, Phys. Rev. B **92**, 235418 (2015).

[Dellieu et al. 2015b] *Quantum vacuum photon-modes and superhydrophobicity*, L. Dellieu, O. Deparis, J. Muller, M. Sarrazin, Phys. Rev. Lett. **114**, 024501 (2015).

[Dellieu et al. 2014] *A two-in-one superhydrophobic and anti-reactive nanodevice in the grey cicada Cicada orni (Hemiptera)*, L. Dellieu, M. Sarrazin, P. Simonis, O. Deparis, J. P. Vigneron, J. Appl. Phys. **116**, 024701 (2014).

[Dvali et al. 2001] *(Quasi)Localized Gauge Field on a Brane : Dissipating Cosmic Radiation to Extra Dimensions ?*, G. Dvali, G. Gabadadze, M. Shifman, Phys. Lett. B **497**, 271 (2001).

[Dvali et al. 2000] *4D Gravity on a Brane in 5D Minkowski Space*, G. Dvali, G. Gabadadze, M. Porrati, Phys. Lett. B **485**, 208 (2000).

[Ebbesen et al. 1998] *Extraordinary optical transmission through sub-wavelength hole arrays*, T.W. Ebbesen, H.J. Lezec, H. F. Ghaemi, T. Thio, P.A. Wolff, Nature **391**, 667 (1998).

[Emplit et al. 2014] *Colloidal pattern replication through contact photolithography operated in a "Talbot-Fabry-Perot" regime*, A. Emplit, J. X. Lian, I. Huynen, A. Vlad, M. Sarrazin, Nanotechnology **25**, 145303 (2014).

[Foot-Volkas 2001] *Physics of mirror photons*, R. Foot, A. Yu. Ignatiev, R.R. Volkas, Phys. Lett. B **503**, 355 (2001).

[Foot-Volkas 2000] *Implications of mirror neutrinos for early universe cosmology*, R. Foot, R. R. Volkas, Phys. Rev. D **61**, 043507 (2000).

- 
- [**Foot-Gninenko 2000**] *Can the mirror world explain the ortho-positronium lifetime puzzle ?* R. Foot, S. N. Gninenko, Phys. Lett. B **480**, 171 (2000).
- [**Genet-Ebbesen 2007**] *Light in tiny holes*, C. Genet, T.W. Ebbesen, Nature **445**, 39 (2007).
- [**Genet et al. 2003**] *Fano-type interpretation of red shifts and red tails in hole array transmission spectra*, C. Genet, M.P. Van Exter, J.P. Woerdman, Opt. Comm. **225**, 331 (2003).
- [**George-Volkas 2007**] *Kink modes and effective four dimensional fermion and Higgs brane models*, D. P. George, R. R. Volkas, Phys. Rev. D **75**, 105007 (2007).
- [**Gibbons et al. 2007**] *Fermions on Colliding Branes*, G. Gibbons, K.-I. Maeda, Y.-I. Takamizu, Phys. Lett. B **647**, 1 (2007).
- [**Giust et al. 2000**] *Asymmetrical properties of the optical reflection response of the Fabry-Pérot interferometer*, R. Giust, J. M. Vigoureux, M. Sarrazin, JOSA A **17**, 142 (2000).
- [**Gninenko et al. 2003**] *Extra dimensions and invisible decay of orthopositronium*, S.N. Gninenko, N.V. Krasnikov, A. Rubbia, Phys. Rev. D **67**, 075012 (2003).
- [**Gracia et al. 1998**] *The standard model in noncommutative geometry and fermion doubling*, J. M. Gracia-Bondia, B. Iochum, T. Schucker, Phys. Lett. B **416**, 123 (1998).
- [**Herman et al. 2014**] *The fundamental problem of treating light incoherence in photovoltaics and its practical consequences*, A.Herman, M. Sarrazin and O. Deparis, New J. Phys. **16**, 013022 (2014).
- [**Hooper-Profumo 2007**] *Dark Matter and Collider Phenomenology of Universal Extra Dimensions*, D. Hooper, S. Profumo, Phys. Rept. **453**, 29 (2007).
- [**Horava-Witten 1996a**] *Eleven-Dimensional Supergravity on a Manifold with Boundary*, P. Horava, E. Witten, Nucl. Phys. B **475**, 94 (1996).
- [**Horava-Witten 1996b**] *Heterotic and Type I String Dynamics from Eleven Dimensions*, Horava, E. Witten, Nucl. Phys. B **460**, 506 (1996).
- [**Jin-Phillips 2008**] *Optimization of random diffraction gratings in thin-film solar cells using genetic algorithms*, A. Jin and J. Phillips, Sol. Energy Mater. Sol. Cells **92**, 1689 (2008).

---

[**Kase et al. 2001**] *A Field-Theoretic Approach to Connes' Gauge Theory on  $M_4 \times Z_2$* , H. Kase, K. Morita, Y. Okumura, Int. J. Mod. Phys. A **16**, 3203 (2001).

[**Kase et al. 1999**] *Lagrangian Formulation of Connes' Gauge Theory*, H. Kase, K. Morita, Y. Okumura, Prog. Theor. Phys. **101**, 1093 (1999).

[**Katsidis-Siapkas 2002**] *General transfer-matrix method for optical multilayer systems with coherent, partially coherent, and incoherent interference*, C.C. Katsidis and D.I. Siapkias, Appl. Opt. **41**, 3978 (2002).

[**Lahmani et al. 2009**] *Les nanosciences : Tome 1, Nanotechnologies et nanophysique*, M. Lahmani, C. Dupas, P. Houdy, 3<sup>ème</sup> éd., Belin, coll. Echelles, (2009).

[**Lakes 1998**] *Experimental Limits on the Photon Mass and Cosmic Magnetic Vector Potential*, R. Lakes, Phys. Rev. Lett. **80**, 1826 (1998).

[**Lambrecht et al. 2006**] *The Casimir effect within scattering theory*, A. Lambrecht, P. A. M. Neto, and S. Reynaud, New J. Phys. **8**, 243 (2006).

[**Lambrecht-Marachevsky 2008**] *Casimir Interaction of Dielectric Gratings*, A. Lambrecht and V. N. Marachevsky, Phys. Rev. Lett. **101**, 160403 (2008).

[**Lee et al. 2012**] *A numerical analysis of the effect of partially-coherent light in photovoltaic devices considering coherence length*, W. Lee, S.Y. Lee, J. Kim, S. C. Kim, and B. Lee, Opt. Express **20**, A941 (2012).

[**Lifshitz 1956**] *The theory of molecular attractive forces between solids*, E. M. Lifshitz, Sov. Phys. JETP **2**, 73 (1956).

[**Lizzi et al. 1998**] *Mirror Fermions in Noncommutative Geometry*, F. Lizzi, G. Mangano, G. Miele, G. Sparano, Mod. Phys. Lett. A **13**, 231 (1998).

[**Lizzi et al. 1997**] *Fermion Hilbert Space and Fermion Doubling in the Noncommutative Geometry Approach to Gauge Theories*, F. Lizzi, G. Mangano, G. Miele, G. Sparano, Phys. Rev. D **55**, 6357 (1997).

[**Lobet et al. 2014**] *Plasmon hybridization in pyramidal metamaterials : a route towards ultra-broadband absorption*, M. Lobet, M. Lard, M. Sarrazin, O. Deparis, L. Henrard, Opt. Express **22** (10) 12678 (2014).

---

[**Luo et al. 2000**] *Determination of the limit of photon mass and cosmic magnetic vector with rotating torsion balance*, J. Luo, C.-G. Shao, Z.-Z. Liu, Z.-K. Hu, Phys. Lett. A **270**, 288 (2000).

[**Messina-Antezza 2011**] *Scattering-matrix approach to Casimir-Lifshitz force and heat transfer out of thermal equilibrium between arbitrary bodies*, R. Messina and M. Antezza, Phys. Rev. A **84**, 042102 (2011).

[**Nesvizhevsky et al. 2000**] *About interpretation of experiments on small increase in energy of UCN in traps*, V.V. Nesvizhevsky, E.V. Lychagin, A.Yu. Muzychka, G.V. Nekhaev, A.V. Strelkov, Phys. Lett. B **479**, 353 (2000).

[**Palma 2006**] *Confining the Electroweak Model to a Brane*, G. A. Palma, Phys. Rev. D **73**, 045023 (2006).

[**Petit-Sarrazin 2007**] *Plausible "faster-than-light" displacements in a two-sheeted space-time*, F. Petit, M. Sarrazin, Phys. Rev. D **76**, 085005 (2007).

[**Petit-Sarrazin 2005**] *Quantum dynamics of massive particles in a non-commutative two-sheeted space-time*, F. Petit, M. Sarrazin, Phys. Lett. B **612**, 105 (2005).

[**Prentice 2000**] *Coherent, partially coherent and incoherent light absorption in thin-film multilayer structures*, J. S. C. Prentice, J. Phys. D **33**, 3139 (2000).

[**Randall-Sundrum 1999a**] *Large mass hierarchy from a small extra dimension*, L. Randall, R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. **83**, 3370 (1999).

[**Randall-Sundrum 1999b**] *An alternative to compactification*, L. Randall, R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. **83**, 4690 (1999).

[**Reckinger et al. 2013**] *Graphene-coated holey metal films : tunable molecular sensing by surface plasmon resonance*, N. Reckinger, A. Vlad, S. Melinte, J.-F. Colomer, M. Sarrazin, Appl. Phys. Lett. **102**, 211108 (2013).

[**Reid et al. 2009**] *Efficient Computation of Casimir Interactions between Arbitrary 3D Objects*, M. T. H. Reid, A. W. Rodriguez, J. White, and S. G. Johnson, Phys. Rev. Lett. **103**, 040401 (2009).

[**Ringeval 2002**] *Localisation of massive fermions on the brane*, C. Ringeval, P. Peter, J.-P. Uzan, Phys. Rev. D **65**, 044016 (2002).

---

[**Rubakov-Shaposhnikov 1983**] *Do we live inside a domain wall?*, V.A. Rubakov, M.E. Shaposhnikov, Phys. Lett. B **125**, 136 (1983).

[**Santbergen 2013**] *Optical model for multilayer structures with coherent, partly coherent and incoherent layers*, R. Santbergen, A. H.M. Smets, and M. Zeman, Opt. Express **21**, A262 (2013).

[**Sarrazin et al. 2015**] *Probing braneworld hypothesis with a neutron-shining-through-a-wall experiment* M. Sarrazin, G. Pignol, J. Lamblin, F. Petit, G. Terwagne, V.V. Nesvizhevsky, Phys. Rev. D **91**, 075013 (2015).

[**Sarrazin 2014**] *Testing baryon number conservation in braneworld models with cold neutrons*, M. Sarrazin, Physics Procedia **51**, 63 (2014).

[**Sarrazin-Petit 2014**] *Exciton swapping in a twisted graphene bilayer as a solid-state realization of a two-brane model*, M. Sarrazin, F. Petit, Eur. Phys. J. B **87**, 26 (2014).

[**Sarrazin et al. 2013**] *First-principle calculation of solar cell efficiency under incoherent illumination*, M. Sarrazin, A. Herman, O. Deparis, Opt. Express **21** (S4) A616-A630 (2013).

[**Sarrazin-Petit 2012**] *Brane matter, hidden or mirror matter, their various avatars and mixings : many faces of the same physics*, M. Sarrazin, F. Petit, Eur. Phys. J. C **72**, 2230 (2012).

[**Sarrazin et al. 2012**] *Experimental limits on neutron disappearance into another brane-world*, M. Sarrazin, G. Pignol, F. Petit, V. V. Nesvizhevsky, Phys. Lett. B **712**, 213 (2012).

[**Sarrazin-Petit 2011**] *Laser frequency combs and ultracold neutrons to probe braneworlds through induced matter swapping between branes*, M. Sarrazin, F. Petit, Phys. Rev. D **83**, 035009 (2011).

[**Sarrazin-Petit 2010**] *Equivalence between domain-walls and "non-commutative" two-sheeted spacetimes : Model-independent braneworld phenomenology*, M. Sarrazin, F. Petit, Phys. Rev. D **81**, 035014 (2010).

[**Sarrazin et al. 2008**] *Nanomorphology of the blue iridescent wings of a giant tropical wasp, megascolia procer javanensis (Hymenoptera)*, M. Sarrazin, J. P. Vigneron, V. Welch, M. Rassart, Phys. Rev. E **78**, 051902 (2008).

[**Sarrazin-Petit 2007**] *Matter localization and resonant deconfinement in a two-sheeted spacetime*, M. Sarrazin, F. Petit, Int. J. Mod. Phys. A **22**, 2629 (2007).

---

[**Sarrazin-Vigneron 2007**] *Bounded modes to the rescue of optical transmission*, M. Sarrazin, J. P. Vigneron, Europhysics News **38**, 27 (2007).

[**Sarrazin-Petit 2006**] *Artificially induced positronium oscillations in a two-sheeted space-time : consequences on the observed decay processes*, M. Sarrazin, F. Petit, Int. J. Mod. Phys. A **21**, 6303 (2006).

[**Sarrazin-Vigneron 2005**] *Light transmission assisted by Brewster-Zennek modes in chromium films carrying a subwavelength hole array*, M. Sarrazin, J. P. Vigneron, Phys. Rev. B **71**, 075404 (2005).

[**Sarrazin-Petit 2005**] *Quantum dynamics of particles in a discrete two-branes world model : Can matter particles exchange occur between branes ?*, M. Sarrazin, F. Petit, Acta Phys. Polon. B **36**, 1933 (2005).

[**Sarrazin-Vigneron 2004a**] *Non-reciprocal optical reflection from a bidimensional array of subwavelength holes in a metallic film*, M. Sarrazin, J. P. Vigneron, Phys. Rev. B **70**, 193409 (2004).

[**Sarrazin-Vigneron 2004b**] *Polarization effects in metallic films perforated with a bidimensional array of rectangular subwavelength holes*, M. Sarrazin, J. P. Vigneron, Optics Commun. **240**, 89 (2004).

[**Sarrazin-Vigneron 2003**] *Optical properties of tungsten thin film perforated with a bidimensional array of subwavelength holes*, M. Sarrazin, J. P. Vigneron, Phys. Rev. E **68**, 016603 (2003).

[**Sarrazin et al. 2003**] *Role of Wood anomalies in optical properties of thin metallic films with a bidimensional array of subwavelength holes*, M. Sarrazin, J. P. Vigneron, J-M. Vigoureux, Phys. Rev. B **67**, 085415 (2003).

[**Sarrazin 2002**] *Etude de propriétés optiques liées à la transmission de cristaux photoniques bidimensionnels*, M. Sarrazin, Thèse soutenue le 24 avril 2002 à Besançon.

[**Szabo 2004**] *An introduction to string theory and D-brane dynamics*, R.J. Szabo, Imperial College Press, London (2004).

[**Troparevsky et al. 2010**] *Transfer-matrix formalism for the calculation of optical response in multilayer systems : from coherent to incoherent interference*, M.C. Troparevsky, A.S. Sabau, A.R. Lupini, and Z. Zhang, Opt. Express **18**, 24715 (2010).



---

[**Viet-Wali 2003**] *Chiral spinors and gauge fields in noncommutative curved space-time*, N. A. Viet, K. C. Wali, Phys. Rev. D **67**, 124029 (2003).

[**Viet-Wali 1996**] *Non-commutative geometry and a Discretized Version of Kaluza-Klein theory with a finite field content*, N.A. Viet, K.C. Wali, Int. J. Mod. Phys. A **11**, 533 (1996).

[**Vigneron et al. 2005**] *Optical structure and function of the white filamentary hair covering the edelweiss bracts*, J. P. Vigneron, M. Rassart, Z. Vértesy, K. Kertesz, M. Sarrazin, L. P. Biro, D. Ertz, V. Lousse, Phys. Rev. E **71**, 011906 (2005).

[**Volkas 2007**] *A domain-wall-brane-localized standard model*, R. R. Volkas, AIP Conf. Proc. **957**, 279 (2007).

[**Voloshin 2010**] *Neutrino scattering on atomic electrons in searches for neutrino magnetic moment*, M.B. Voloshin, Phys. Rev. Lett. **105**, 201801 (2010).

[**Zhao et al. 2010**] *A highly efficient light-trapping structure for thin-film silicon solar cells*, L. Zhao, Y. Zuo, C. Zhou, H. Li, W. Diao, and W. Wang, Sol. Energy **84**, 110 (2010).

